جامعة بجاية
Tasdawit n Bgayet
Université de Béjaïa

Faculté : Des Sciences Exactes

Département : de physique

Cours de Physique I présenté par

Mme **DOUAFER Souaad,** Docteur de l'université **U.B.M.A.**

S.douafer@univ-béjaia.dz

Date de création du document 2017-2018

Ce polycopié est une synthèse tirée de différents ouvrages en relation avec le cours des étudiants de première année sciences et techniques.

Il présente conformément au programme officiel, des définitions, rappels et notions fondamentales sur lesquelles reposent les théories de la mécanique classique**.** La première partie contient les définitions des grandeurs physiques et des rappels mathématiques, la seconde partie est consacrée à la cinématique d'un point matériel, le troisième chapitre traite de la dynamique d'un point matériel sans insister trop sur le détail des calculs en se limitant à l'essentiel, le dernier chapitre porte sur le travail et l'énergie.

Contenu de l'enseignement /semaine:

Cours : 3h

TD : 1.5 h

TP : 2 h

Ce cours sera amélioré et poursuivi prochainement par deux parties, une consacrée aux travaux dirigés et une autre consacrée aux travaux pratiques, dans lesquels des exercices et des TP complémentaires seront proposés.

Enfin, mes hommages à tous ceux qui ont contribué indirectement à la réalisation de ce cours (auteurs des différents ouvrages) sans oublier ceux qui me feront le plaisir de consulter ce document et de l'enrichir.

SOMMAIRE

Chapitre II : Cinématique d'un point matériel

Chapitre IV : Travail et énergie

INTRODUCTION

- On sait que la physique est une science qui peut décrire de façon à la fois conceptuelle et quantitative les éléments de la matière et leurs interactions.
- Le vrai physicien c'est celui qui part d'observations et développe des théories en utilisant l'outil des mathématiques pour assumer l'évolution de systèmes.
- La physique est le domaine des résultats mesurables et reproductibles par expérience. Cette méthode permet de confirmer ou d'infirmer les hypothèses fondées sur une théorie donnée.
- La branche responsable en physique qui étudie le mouvement des systèmes matériels et leurs déformations, en relation avec les forces qui provoquent ou modifient ce mouvement, c'est **la mécanique**.

Objectif de ce cours :

L'objectif de ce module est d'enrichir les connaissances des étudiants de première année pour faire une base dans le domaine de la physique générale et la mécanique du point en précision.

A l'issue de ce cours l'étudiant sera capable de :

- Découvrir les bases de la physique classique
    - Développer un esprit scientifique
    - Repérer le sens physique derrière les équations
        - Apprendre à mettre sous forme mathématique un problème, de mécanique afin de le résoudre
        - Définir le problème
    - Choisir une description mathématique
    - Établir les équations régissant la physique du problème
    - Résoudre et/ou discuter la solution

CHAPITRE I	**RAPPELS MATHEMATIQUES**

I-1 NOTIONS DE GRANDEURS PHYSIQUES

I.1.1 Définition

Si on peut exprimer quantitativement la propriété d'un corps ou d'une matière d'un phénomène sous forme d'un nombre et d'une référence (unité), alors cette propriété est appelée **grandeur physique**. La mesure d'une grandeur physique X peut donc toujours s'écrire sous la forme :

$$X = x \text{ Unité}$$

Avec :

x : un réel,

Unité: l'unité choisie pour évaluer la grandeur.

La valeur d'une grandeur physique est exprimée sous la forme du produit d'un nombre par une unité. L'unité n'est qu'un exemple particulier de la grandeur concernée, utilisé comme référence.

I -1.2 Expression numérique d'une grandeur physique

Pour donner l'expression numérique d'une grandeur physique, on doit faire attention aux règles suivantes.

Premièrement: Préciser l'unité d'une grandeur physique.

Deuxièment: Le résultat d'un calcul numérique doit être en accord avec la précision des données utilisées pour effectuer ce calcul, il faut respecter les règles sur les chiffres significatifs.

Dans le cas des multiplications ou de divisions des grandeurs : le résultat est donné avec le même nombre de chiffres significatifs que celui de la donnée la moins précise, en utilisant la notation scientifique.
Dans le cas d'additions ou de soustractions : le résultat est donné avec le même nombre de décimales (chiffres après la virgule) que celui de la donnée la moins précise (à condition de garder la même puissance de 10).

I.1.3 Système d'unités

Afin de construire un système cohérent il faut :

- choisir un nombre minimal de grandeurs indépendantes permettant de décrire l'ensemble des sciences physiques : à ces grandeurs sont associées les unités de base,
- choisir la nature de ces grandeurs, le but étant que les unités de base soient définies avec la meilleure précision possible : les unités de base sont définies à partir d'étalons fondamentaux (élément matériel, dont on utilise une certaine propriété),
- choix des relations de définitions des grandeurs dérivées : les unités sont coordonnées de façon telle que les coefficients numériques sont le plus souvent égaux à 1.

Ce n'est qu'en 1960 qu'est né officiellement un système international définissant (S.I) les 7 unités de base permettant de décrire l'ensemble des sciences physiques (Tableau I-1). Depuis la plupart des constantes physiques universelles sont données dans les unités du système international.

Grandeur physique	Lettre choisie	Symbole de l'unité
Longueur	L	m (mètre)
Masse	M	kg (kilogramme)
Temps	T	s (seconde)
Intensité de courant électrique	I	A (Ampère)
Température	θ	K (kelvin)
Intensité lumineuse	J	cd (candela)
Quantité de matière	N	mol (mole)

Tableau I-1 *Les unités du système international.*

On peut ajouter une unité dite complémentaire aux unités citées dans le tableau I-1; bien que les angles soient des grandeurs sans unité, pour éviter des confusions (entre les degrés et les radians par exemple) on attribue à un angle plan l'unité complémentaire radian. La figure I-1 rappelle la définition d'un angle plan en radian.

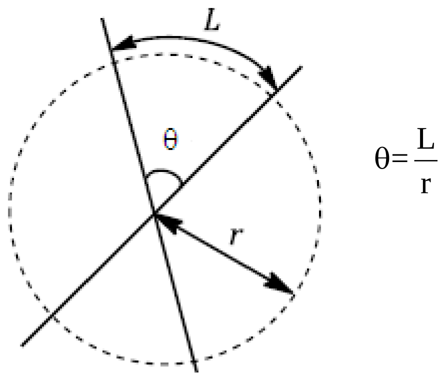


Figure I-1 : *Définition d'un angle en radian*

I.1.4 Unités composées

Les unités dérivées sont nombreuses et viennent compléter les unités de base. Elles peuvent avoir des noms spéciaux mais peuvent toujours être exprimées à partir des unités de base. La liste suivante (tableau I-2) n'est pas exhaustive et présente principalement les unités **(à connaître)** que nous seront amenées à utiliser dans ce cours.

Les grandeurs dérivées sont des multiplications ou divisions des grandeurs fondamentales. On présente quelques exemples sur le tableau (I-3) par la suite:

Grandeur :	relation de définition	Expression en unités SI
Longueur Surface Volume	L S = L^2 V = L^3	m m^2 m^3
Temps Vitesse Accélération Fréquence Pulsation	T $v = \frac{L}{T}$ $a = \frac{v}{T}$ $f = \frac{1}{T}$ $\omega = \frac{angle}{T}$	s $m.s^{-1}$ $m.s^{-2}$ s^{-1} $rad.s^{-1}$
Masse Masse volumique Force Travail, énergie Puissance Pression	M $\rho = \frac{M}{v}$ $F = Ma$ $E, Q, W = FL$ $P = \frac{W}{T}$ $P = \frac{F}{S}$	Kg $kg.m^{-3}$ $kg.m.s^{-2}$ $kg.m^2.s^{-2}$ $kg.m^2.s^{-3}$ $kg.m^{-1}.s^{-2}$
Intensité de courant Charge Ddp, fem Résistance Conductance Capacité	I $q = IT$ $U = \frac{P}{I}$ $R = \frac{U}{I}$ $G = \frac{1}{R}$ $C = \frac{q}{U}$	A $A.S$ $kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$ $kg.m^2.s^{-3}.A^{-2}$ $kg.m^{-2}.s^3.A^2$ $kg.m^{-2}.s^4.A^2$

Tableau I-2 : *Quelques unités dérivées du système international*

Enfin, chaque grandeur peut avoir à couvrir une vaste étendue de valeurs. Pour éviter d'avoir à utiliser des facteurs multiplicatifs ou des valeurs avec un grand nombre de zéros, on a recourt à des préfixes.

Ces derniers vont permettre de couvrir une gamme allant de 10^{24} à 10^{-24} fois l'unité. Rappelons les multiples les plus utilisés.

Multiple	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}
Préfixe	Femto	pico	Nano	micro	milli	centi	déci	Déca	hecto	kilo	méga	giga	téra	péta
Symbole	F	p	N	M	m	C	D	Da	h	k	M	G	T	P

Tableau I-3 *Les multiples de 10*

I-2. ÉQUATIONS AUX DIMENSIONS

La dimension d'une grandeur correspond à ce que représente cette grandeur, elle renseigne sur sa nature. C'est une caractéristique plus générale que son unité dont le choix est adapté à l'échelle du phénomène étudié. Bien que les deux soient liées, il est imporatant de faire la distinction entre la dimension d'une grandeur physique et son unité :

Exemple **:** une distance a pour dimension une longueur mais peut s'exprimer dans différentes unités : m, cm, pouce, mille, parsec (échelle astronomique), angtröm (échelle atomique). Deux grandeurs de même dimension peuvent être données dans des unités différentes. Cependant le calcul de l'unité d'une grandeur permet de retrouver sa dimension (et inversement).

1-2.1 Présentation

Par convention on donnera la dimension d'une grandeur en fonction de sept dimensions fondamentales (il y a autant de grandeurs fondamentales que d'unités de base). La dimension d'une grandeur s'exprime sous la forme :

$$[G]= \dim G = M^{x} L^{y} T^{z} \theta^{a} I^{b} N^{c} J^{d}$$

avec des nombres réels comme exposant (positifs ou négatifs).

La fore par exemple : F = ma, $[F] = MLT^{-2}$

Aussi, on peut trouver certaines grandeurs qui sont sans dimension, une grandeur purement numérique est dite sans dimension.

C'est le cas de toutes les grandeurs définies comme le rapport de deux grandeurs de même dimension. Par exemple, La densité d'un liquide (rapport entre sa masse volumique et la masse volumique de l'eau) est une grandeur sans dimension et sans unité.

1-2.2 Calcul dimensionnel

Le calcul dimensionnel peut permettre de :

- retrouver la dimension et l'unité d'une grandeur si l'on connait une équation qui relie cette grandeur à d'autres de dimension connue.
- prédire la forme d'une loi physique afin de trouver la solution à certains problèmes sans avoir à résoudre d'équation **;** pour plusieurs phénomènes physiques étudiés exprimer une grandeur caractéristique du phénomène (notée G) en fonction des paramètres influençant le phénomène (notés Pi) de la forme suivante :

$$G = k \times p_1^a \times p_2^b \times ....$$

Avec: a,b,… des constantes sans dimension que l'on peut déterminer à l'aide de calcul dimensionnel, K une constante sans dimension qui ne peut pas être déterminée à l'aide de calcul dimensionnel.

Pour certaines grandeurs il faut absolument connaître quelques équations afin de retrouver rapidement leur dimension et leur unité, par exemple :

Pour retrouver la dimension et l'unité d'une force : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ou $\vec{P} = m\vec{g}$

Pour retrouver la dimension et l'unité d'une énergie : $E = mc^2$ ou $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

Pour retrouver la dimension et l'unité d'une pression : $P = \frac{F}{S}$

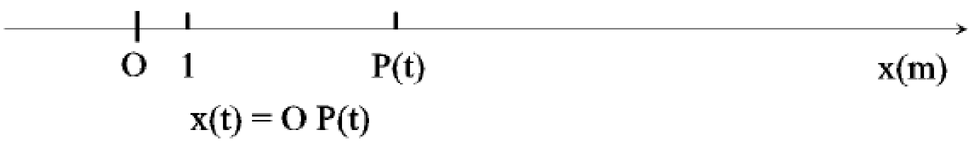
1-2.3 Propriétés

Une équation est homogène lorsque ses deux membres ont la même dimension. Une expression qui est non homogène, est nécessairement fausse, ainsi pour manipuler les équations aux dimensions, il faut savoir que:

- On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension.
- Dans une fonction trigonométrique (sinus, cosinus, tangente), le nombre est forcément sans dimension.
- La dimension du produit de deux grandeurs est égale au produit de leurs dimensions.
- La dimension de A^n est la dimension de A à la puissance n.

I-3 NOTION DE VECTEURS

A la fin du 19ème siècle, Le calcul vectoriel a été développé car il est largement utilisé par les physiciens. Déjà au début de l'étude de la mécanique, son utilisation s'impose, lorsqu'on désire décrire un mouvement dans l'espace à trois dimensions. Commençons toutefois par le plus simple, les mouvements rectilignes pour lesquels le calcul vectoriel n'est pas indispensable. Le mobile, qui se trouve au point P(t) à l'instant t, est repéré par une coordonnée cartésienne x(t) sur un axe Ox, qui coïncide avec la trajectoire (ou, éventuellement, qui lui est parallèle); l'unité de mesure de longueur, ici le mètre (m), doit être précisée dans la figure ci-dessous.



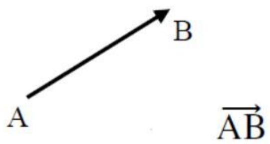
Le point P(t) se trouve du même côté que la flèche indiquant le sens de l'axe, par rapport à l'origine de l'axe, x(t) est positif. Par contre, si le point P(t') se trouve de l'autre côté de O ; donc x(t') = OP(t') est négatif. On dit que la coordonnée est une grandeur scalaire.

Une grandeur scalaire est une grandeur définie par un nombre, positif, négatif ou nulle et une unité, alors une grandeur scalaire est toujours exprimée par une valeur numérique suivie de l'unité correspondante. Par exemple : le volume, la masse, la température, la charge électrique, l'énergie, la coordonnée, le temps, le déplacement d'un mobile sur un axe.

I-3.1 Généralités sur les calculs scalaires et vectoriels

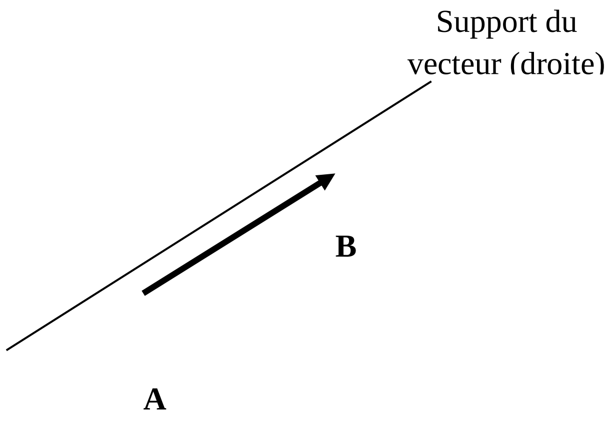
Un scalaire est un nombre positif, négatif ou nul, utilisé pour représenter des quantités diverses : temps, température, masse, énergie, etc…

Un vecteur est caractérisé par quatre caractéristiques à savoir l'origine A, le support de la droite (AB), le sens de A vers B et le module. On le représente par un segment orienté. Il est défini par une direction, un sens sur cette direction et une longueur. Cette longueur n'est autre que la norme du vecteur.



Deux vecteurs liés d'origine différentes, sont dits égaux lorsqu'ils ont la même direction, même sens et même module : ils représentent le même vecteurs glissant. Deux vecteurs liés, d'origines quelconques, sont dits opposés lorsqu'ils ont la même direction, même grandeur et des sens opposés : ils sont dits directement opposés lorsqu'ils sont portés par la même droite.

a) Définition

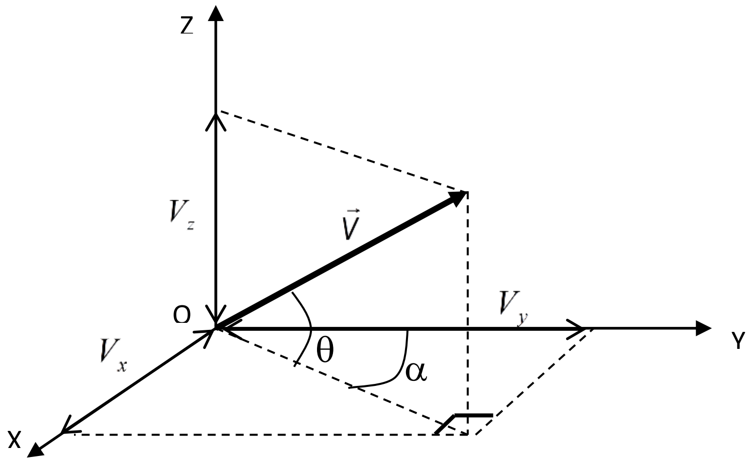


Un vecteur est défini par :

- une direction	droite
- une origine	point A
- un sens	de A vers B
- une norme (ou intensité)	$\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=d(A,B)$

- **Coordonnées**

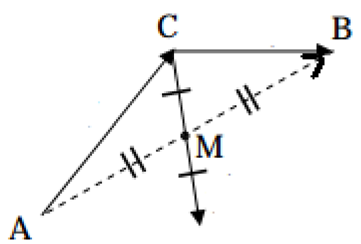
Soit $\vec{V}$ un vecteur de composantes Vx, Vy et Vz dans un repère (o,x,y,z). Sa norme est un scalaire.



- **Calcul à partir des coordonnées de deux points**

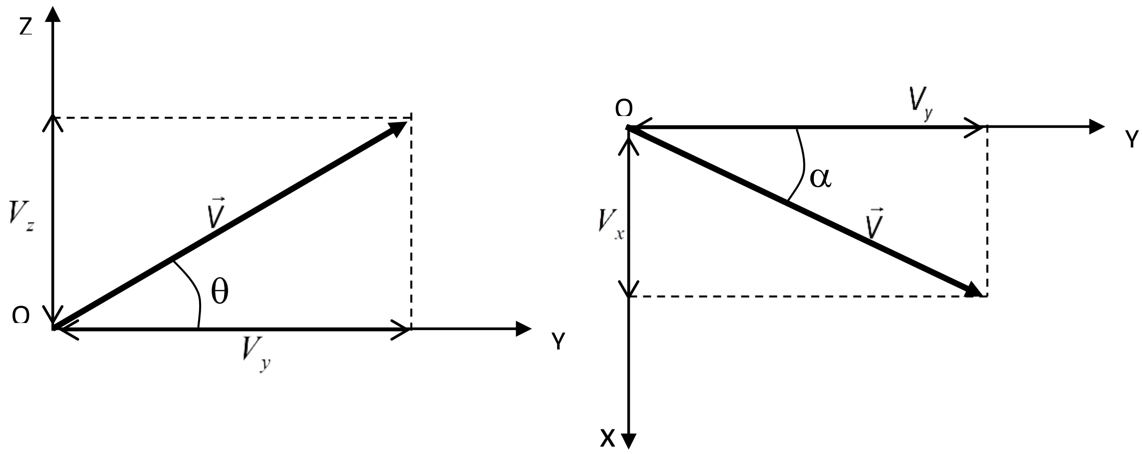
Soient A et B deux points tels que : A$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix}$, alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{pmatrix}$

Soit un troisième point c tel que : C$\begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix}$



- Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

- **Projection d'un vecteur dans un plan**



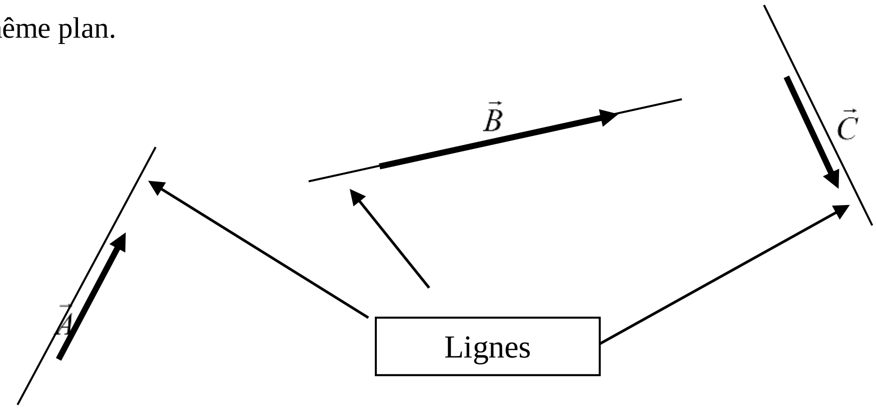
Les coordonnées du vecteur $\vec{V}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ s'écrivent :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$

a) Opérations sur les vecteurs

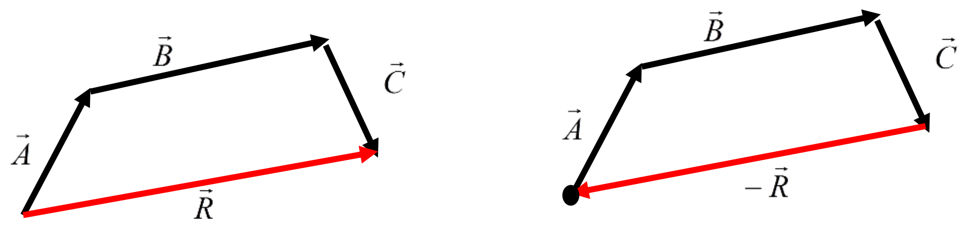
- **Somme des vecteurs**

Somme : soient $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ trois vecteurs libres. Les lignes d'actions de ces vecteurs ne sont pas forcement dans le même plan.



Par définition, la somme des trois vecteurs est le vecteur $\vec{R}$ appelé **vecteur résultant** qui s'écrit :

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$



Un vecteur qui a pour norme (ou module) nulle est dit vecteur nul.

- **Produit scalaire**

Soient les deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ faisant entre eux un angle θ , le produit scalaire est défini par :

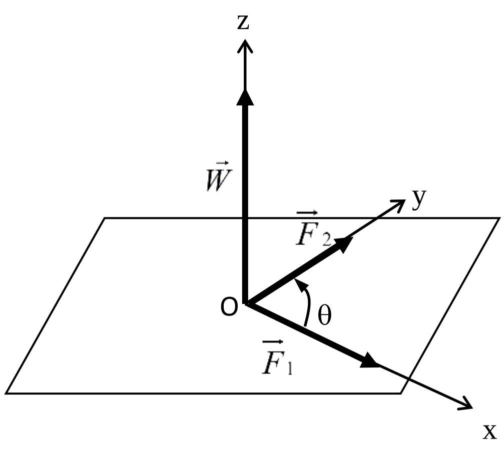
$\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\cos\theta$, sachant que le produit scalaire de deux vecteurs est un scalaire,

Soient les deux vecteur $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$, on a :

$$\vec{V_1}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad \text{et } \vec{V_2}\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

Alors : $\vec{V_1}.\vec{V_2} = x_1x_2 + y_1y_1 + z_1z_2$

- **Produit vectoriel**



Soient les deux vecteurs $\vec{F_1} et \vec{F_2}$, le produit vectoriel c'est un vecteur, on note, $\vec{F_1} \wedge \vec{F_2}$

on écrit : $\vec{F_1} \wedge \vec{F_2} = \vec{W}$

$\vec{W}$ est défini par sa direction, perpendiculaire au plan formé par $\vec{F}_1 et \vec{F}_2$; son sens est tel que le trièdre soit direct ; sa norme, $\|\vec{W}\| = \|\vec{F_1}\|.\|\vec{F_2}\|.\sin(\vec{F_1}, \vec{F_2})$.

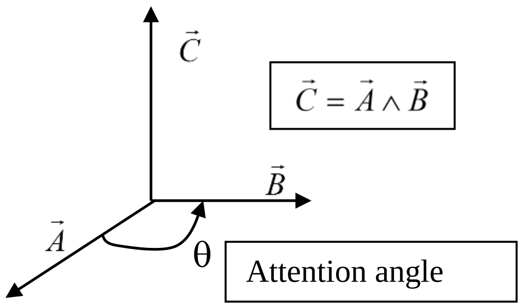
$$\longrightarrow \quad \vec{W} = \left| \begin{array}{l} y_1.z_2 - z_1.y_2 \\ z_1.x_2 - x_1.z_2 \\ x_1.y_2 - y_1.x_2 \end{array} \right.$$

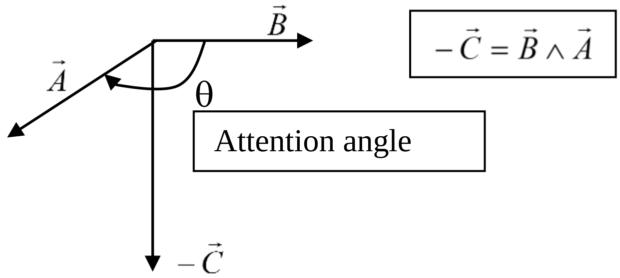
Exemples : calculer le produit vectoriel des deux vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$.

$$\vec{V_1} \left| \begin{array}{c} 6 \\ -2 \\ 3 \end{array} \right. \qquad \vec{V_2} \left| \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ -2 \end{array} \right.$$

$$\vec{V_1} \left| \begin{array}{c} 2 \\ -3 \\ 4 \end{array} \right. \qquad \vec{V_2} \left| \begin{array}{c} -5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \right.$$

Propriétés: $\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$





- **Produit mixte**

Le produit mixte de trois vecteurs $\vec{V_1}$,$\vec{V_2}$ et $\vec{V_3}$ est la quantité scalaire exprimant le volume du parallélépipède formé par ces trois vecteurs, est défini par :

$$\vec{V_1}.(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})=\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}=(y_2z_3-y_3z_2)x_1-(x_2z_3-x_3z_2)y_1+(x_2y_3-x_3y_2)z_1$$

I-4. ANALYSE VECTORIELLE

I-4.1 Gradient

Soient le repère R $(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ et le champ scalaire f tel que $f(x.y.z)$, le gradient d'un champ ou une fonction scalaire qui est défini par l'expression suivante :

$$\overrightarrow{grad}\, f=\frac{\partial f}{\partial x}\vec{u}_x+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{u}_y+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$$

Sachant que le vecteur nabla $\vec{\nabla}$ est donné par : $\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial x}\vec{u}_x+\frac{\partial}{\partial y}\vec{u}_y+\frac{\partial}{\partial z}\vec{u}_z$

Alors : $\vec{\nabla}f=\overrightarrow{grad}\, f$

Considérons toujours le champ scalaire $f(x.y.z)$ et le vecteur $\vec{r}$ $(x.y.z)$, on a :

$$df=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial x}dy\frac{\partial f}{\partial x}dz \qquad \text{et} \qquad d\vec{r}=dx\vec{u}_x+dy\vec{u}_y+dz\vec{u}_z$$

On a donc : $df=\vec{\nabla}f.d\vec{r}$,

Aussi, si f dépend de t, on a ainsi $df=\vec{\nabla}f.d\vec{r}+\frac{\partial f}{\partial t}dt$

I-4.2 Divergence

Soit le champ du vecteur $\vec{A}(A_x, A_y, A_z)$, la divergence d'un vecteur est un scalaire et est exprimé par :

$$div\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial Az}{\partial z} = \vec{\nabla}.\vec{A}$$

Cette opérateur est linéaire et il ne dépend pas de la base choisie ; pour un déplacement d'un point M à un autre point M'on a la variation $d\vec{A}$ tel que :

$$\begin{pmatrix} dA_x \\ dA_x \\ dA_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_x}{\partial z} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_z}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

Alors : $Tr(B) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = div\vec{A}$. La matrice dans une autre base aura la même trace d'ou l'indépendance de la base pour la divergence.

I-4.3 Rotationnel

Par définition, Le rotationnel $\overrightarrow{rot}\vec{A}$ est un pseudo-vecteur ainsi le rotationnel d'un vecteur, $\vec{A}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, est un pseudo-vecteur ; il dépend de la convention d'orientation choisie

d'où :

$$\overrightarrow{rot}\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

I-4.4 Laplacien

On distingue le laplaicien, Δ, scalaire et vectoriel

a) Laplacien scalaire : soit le champ scalaire f , on pose :

$$\Delta f = div\overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \vec{\nabla}.\vec{\nabla} f = \vec{\nabla}^2 f$$

b) Laplacien vectoriel : soit le vecteur $\vec{A}\,(A_x, A_y, A_z)$ dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$

Le vecteur $\vec{A}$ s'écrit : $\vec{A} = A_x\vec{u}_x + A_y\vec{u}_y + A_z\vec{u}_z$, on a alors :

$$\Delta\vec{A} = \vec{\nabla}^2\vec{A} = \vec{\nabla}^2 A_x\vec{u}_x + \vec{\nabla}^2 A_y\vec{u}_y + \vec{\nabla}^2 A_z\vec{u}_z$$

La définition intrinsèque du laplacien impose :

$$\vec{\nabla}^2\vec{A} = \overrightarrow{grad}\,div\vec{A} - \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}\vec{A} = \vec{\nabla}\vec{\nabla}.\vec{A} - \vec{\nabla}\wedge(\vec{\nabla}\wedge\vec{A})$$

I-5 EXERCICES D'APPLICATION

Exercice N°1:

Exprimer les unités suivantes à partir des unités de bases SI.

a) Le Joule (J), unité, d'énergie sachant qu'un solide se déplaçant d'un distance d dans la direction d'une force F qui engendre ce déplacement reçoit l'énergie mécanique $\Delta W = F.d$.

b) Le Watt (P), sachant que la puissance est égale à l'énergie par unité de temps.

c) Le rendement.

Exercice N°2:

La période T d'un satellite terrestre circulaire peut dépendre, a priori, de m la masse de la Terre, du rayon R du cercle décrit et de la constante de la gravitation universelle G. On peut faire l'hypothèse que la période T a pour expression : $T = K\ m^a\ R^b\ G^c$ ou K est une constante sans dimension.

1- Déterminer, par une analyse dimensionnelle, les valeurs de a, b et c sachant que la dimension d'une force est $[F] = M.L.T^{-2}$.
2- En déduire l'expression de la formule de la période T.

Exercice N°3:

La fréquence de vibration d'une goutte d'eau peut s'écrire sous la forme :

$$f = kR^{\alpha}\rho^{\beta}\tau^{\gamma}$$

où k est une constante sans dimension, R est le rayon de la goutte, ρ sa masse volumique.

Et τ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur.

- Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres α,β et γ.

CHAPITRE II	CINEMATIQUE D’UN POINT MATERIEL

II-1 CINEMATIQUE DU POINT

La majorité des objets étudiés en physique sont en mouvement; allant des particules élémentaires (les électrons, les protons et les neutrons qui constituent les atomes), jusqu’aux galaxies, en passant par les objets usuels et les corps célestes. On peut exprimer fonctionnement de la nature si on arrive à définir le mouvement et à le mesurer.

II-1.1 Définition

La cinématique est l’étude des mouvements des masses, quantité de la matière, indépendamment des causes qui les engendrent.

II-1.2 Point matériel

On appelle point matériel, la matière qui est concentrée en son centre de gravité (o), sans dimension géométrique ou on peut négliger le mouvement de rotation autour de (o).
On sait que le mouvement d’un point est un concept relatif, autrement dit, on ne peut pas dire qu’un corps est “en mouvement” (ou “au repos”) sans préciser par rapport à quoi. Donc on doit définir un repère doté d’un chronomètre, pour connaitre la position du point par rapport à ce dernier et l’instant correspondant à cette position. Il s’agit d’un repère d’inertie qu’on s’appelle référentiel.

Selon la nature du mouvement du point, sa position sera localisée par l’un des systèmes: cartésien, polaire, cylindrique ou sphérique.

II-2 SYSTEMES DE COORDONNEES

Selon la nature de la trajectoire d'une particule, sa position sera repérée par l'un des systèmes de coordonnées : cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Soient $R_0(O,x_0y_0z_0)$ un repère direct orthonormé de base ($\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) et M la particule à repérer.

II-2.1 Base cartésienne

Dans R_O, la position de la particule M est donnée par ses trois coordonnées cartésiennes (x,y,z) telles que :

x = abscisse de M ; y = ordonnée de M ; z = côte de M.

$$x = proj_{\vec{ox}}\overrightarrow{OM}; y = proj_{\vec{oy}}\overrightarrow{OM}; z = proj_{\vec{oz}}\overrightarrow{OM}$$

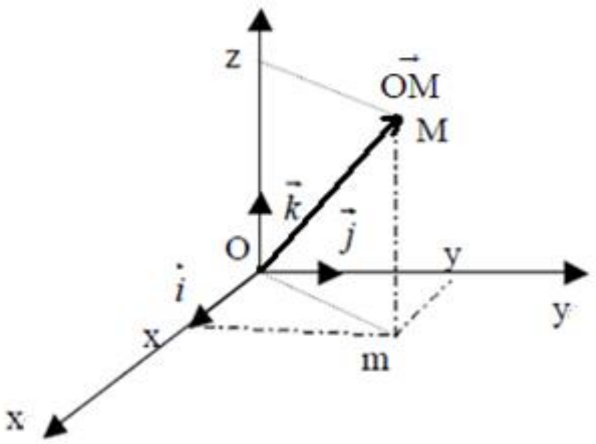


Figure II-1 *Représentation d'un vecteur dans la base cartésienne*

Dans R_o, le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{Om} + \overrightarrow{mM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Déplacement élémentaire

Le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{MM'}$ (M' très voisin de M) s'écrit:

$$\overrightarrow{MM'} = d\overrightarrow{OM} = d\overrightarrow{M} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

(Dans R_0, $d\vec{i} = d\vec{j} = d\vec{k} = \vec{0}$)

II-2.2 Base cylindrique

Si la trajectoire du point M possède une symétrie axiale de révolution, il est impératif d'utiliser les coordonnées cylindriques (ρ,φ,z) définies par:

$\rho = \left[\overrightarrow{Om}\right]$ (m est la projection de M sur le plan ($x\,O\,y$), $\varphi = angle(Ox\,,Om)$ et z est la projection du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ sur l'axe Oz.

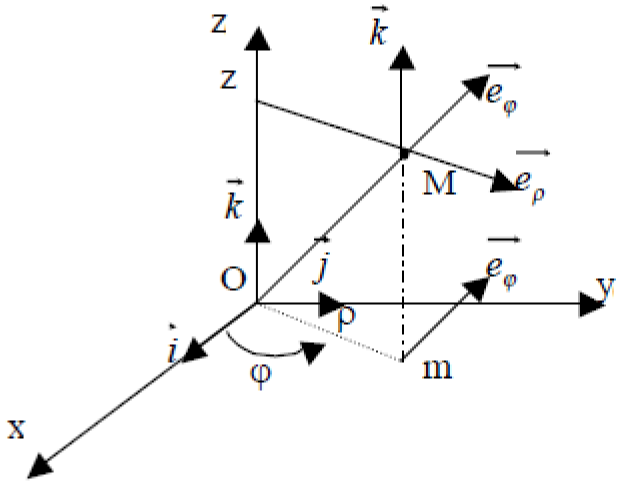


Figure II-2 *Représentation d'un vecteur dans la base cylindrique.*

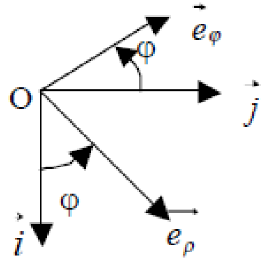
Une nouvelle base orthonormée directe ($\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{k}$) est associée à ce système de coordonnées telle que :

$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi\vec{i} + \sin\varphi\vec{j}$$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}$$

Avec :

$$\frac{d\vec{e}_\rho}{d\varphi} = \vec{e}_\varphi \quad \text{Et} \quad \frac{d\vec{e}_\varphi}{d\varphi} = -\vec{e}_\rho$$



Dans la base ($\vec{e}_\rho , \vec{e}_\varphi , \vec{k}$) , le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{Om} + \overrightarrow{mM} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{k}$$

Déplacement élémentaire

Le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{MM'}$ (M' très voisin de M) est:

$$\overrightarrow{MM'} = d\overrightarrow{OM} = d(\rho\vec{e}_\rho + z\vec{k}) = d\rho\vec{e}_\rho + \rho d\vec{e}_\rho + dz\vec{k}$$
$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\vec{e}_\rho + \rho d\varphi\vec{e}_\varphi + dz\vec{k}$$

II-2-3 Base sphérique

Lorsque on a une symétrie sphérique autour d'un point O, on utilise les coordonnées sphériques (r, θ, φ) de la particule à étudier telles que :

$$r = \left|\overrightarrow{OM}\right| : \theta = angle(\overrightarrow{Oz}, \overrightarrow{OM}); \varphi = angle(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Om})$$

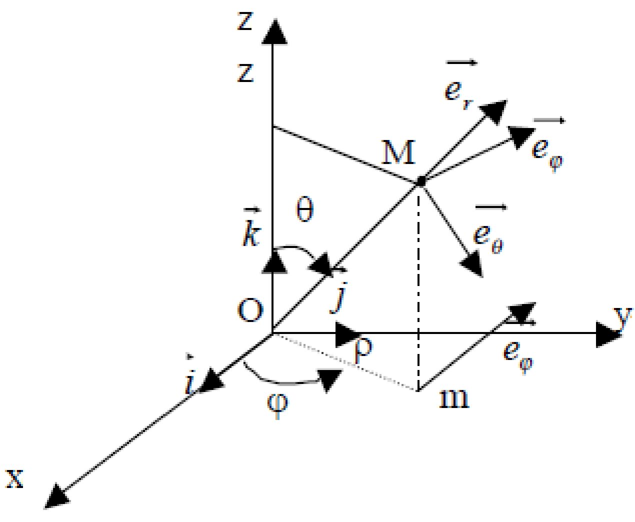


Figure II-3 *Représentation d'un vecteur dans la base sphérique.*

Quand M décrit tout l'espace,

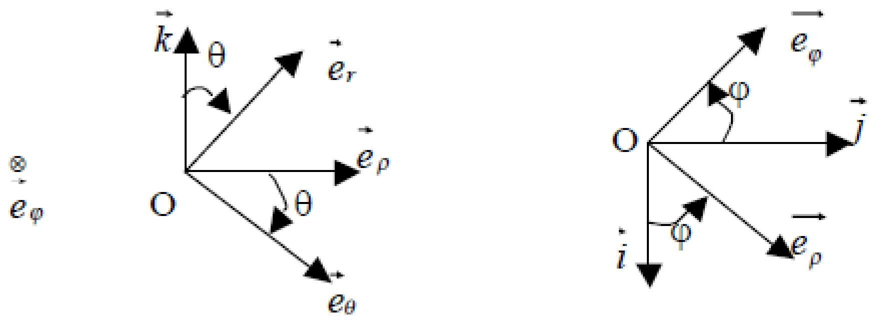
$$0 < r < +\infty; 0 < \varphi < 2\pi; 0 < \theta < \pi$$

Une nouvelle base s'introduit alors : ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$). On exprimera ces vecteurs comme suit :

$$\vec{e}_r = \sin\theta\vec{e}_\rho + \cos\theta\vec{k} = \sin\theta\cos\varphi\vec{i} + \sin\theta\sin\varphi\vec{j} + \cos\theta\vec{k}$$

$$\vec{e}_\theta = \cos\theta\vec{e}_\rho - \sin\theta\vec{k} = \cos\theta\cos\varphi\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\vec{j} - \sin\theta\vec{k}$$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\vec{k} + \cos\varphi\vec{k}$$



Dans la base sphérique ; ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$) , le vecteur position s'écrit sous la forme: $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$.

II-3 MOUVEMENT RECTILIGNE

Si la trajectoire d'un point matériel est une droite et sa vitesse constante (donc son accélération γ nulle), on dit qu'il est en mouvement rectiligne uniforme.

La trajectoire est une portion de droite. Il est évident alors de repérer le point *M* sur cette droite confondue, par exemple, avec l'axe *Ox* (à une dimesion) des coordonnées cartésiennes. Il n'y a alors qu'une équation horaire *x*(*t*) et une seule composante pour les vecteurs vitesses:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$$

Ouˇ le module de la vitesse s'exprime par :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

C'est une équation différentielle qui permet de donner l'information sur le mouvement et sa nature.

- Si la vitesse est constante donc

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v dt = v \int_{t_0}^{t} dt$$

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

$$\Rightarrow x = v(t - t_0) + x_0$$

Il s'agit de l'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniforme.

- Si la vitesse varie en fonction du temps, elle s'exprime de la façon suivante :

Si l'accélération γ est constante alors *:*

$$\gamma = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} \gamma dt = \gamma \int_{t_0}^{t} dt$$

$$v = \gamma(t - t_0) + v_0$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v dt = \int_{t_0}^{t} (\gamma(t - t_0) + v_0) dt$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\gamma(t^2 - t_0^2) - \gamma t_0(t - t_0) + v_0(t - t_0)$$

$$x = \frac{1}{2}\gamma(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0$$

C'est un mouvement uniformément varié (accéléré ou retardé). Dans le premier cas le produit de la vitesse et l'accélération doit être positif (>0), par contre, dans le deuxième cas le même produit sera négatif (<0).

II-3.1 Vecteur position

En physique, le vecteur position c'est le vecteur déplacement d'un objet reliant une ancienne position à une nouvelle, autrement dit, la position finale moins(-) la position initiale. Ce vecteur est une grandeur physique vectorielle, qui est une fonction vectorielle du point considéré. Par exemple, le travail d'une force, est égal au produit de la force par le déplacement de son point d'application.

Aussi, le vecteur position est le vecteur qui sert à indiquer la position d'un point par rapport à un repère. L'origine du vecteur se situe à l'origine fixe du repère que l'on choisie, l'autre extrémité du vecteur se trouve à la position finale de ce point.

Si l'on note M la position finale du point, le vecteur position (dans une base uni-dimetionnelle) se note $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.

II-3.2 Vecteur vitesse

Dans le cas d'un mouvement rectiligne suivant Ox, la vitesse est définit par $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ ainsi, l'expression de la vitesse en fonction du temps est donnée par : $v_x = a_x \times t + v_{ox}$

A l'aide de cette formule, on peut déterminer la vitesse à n'importe quel moment, connaissant la vitesse initiale v_{0x} et l'accélération a_x (qui sont des constantes).

Le module du vecteur $\vec{v}$: $v = |v_x|$. Si $v_x > 0$ alors $v = v_x$. Et si $v_x < 0$ alors $v = -v_x$.

La représentation de la vitesse v_x en fonction du temps t est une droite, soit croissante (si $a_x > 0$), ou décroissante (si $a_x < 0$) comme montre la figure II.4.

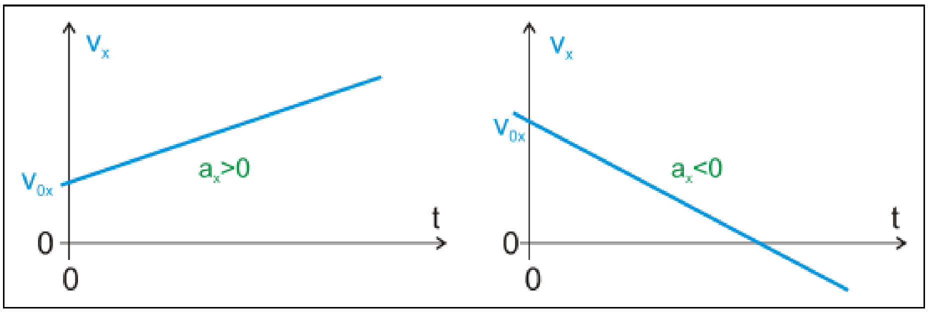
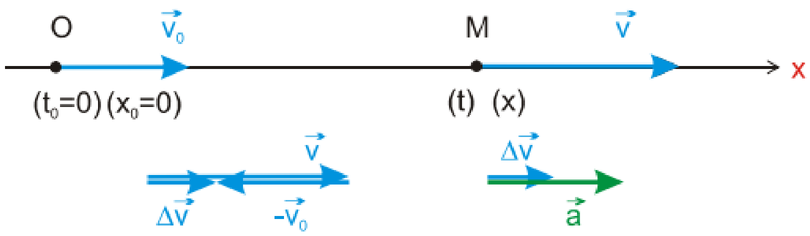


Figure II-4 *Représentation de la vitesse v_x en fonction du temps t.*

II-3.3 Vecteur accélération

A l'instant $t_0 = 0$, le mobile se trouve à l'origine; $x = x_0 = 0$ et $v_x = v_{0x}$ (vitesse initiale). à l'instant $t > 0$, le mobile se trouve au point M d'abscisse x, et la vitesse du mobile est $\vec{v}$. De même que $\vec{v}_0$, le vecteur $\vec{v}$ n'a qu'une seule coordonnée, suivant l'axe Ox, c'est v_x. Si $\vec{v}$ est de même sens que l'axe Ox c.à.d. $v_x > 0$.



Le vecteur vitesse $\vec{v}$ varie, donc, $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ dans l'intervalle de temps $\Delta t = t - t_0$. L'accélération moyenne $\vec{a}_m$ du mobile M s'exprime par :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Comme l'accélération instantanée $\vec{a}$ est constante, elle est égale à l'accélération moyenne $\vec{a}_m$. Donc :

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

L'accélération $\vec{a}$ a la même direction que $\Delta\vec{v}$: elle n'a donc qu'une seule coordonnée suivant Ox, c'est $\vec{a}_x$. Elle est égale à la coordonnée suivant Ox de $\Delta\vec{v}$, notée $(\Delta\vec{v})_x$, divisée par Δt. on voit que $(\Delta\vec{v})_x = v_x - v_{0x} = \Delta v_x$;

$$\vec{a} = \frac{(\Delta\vec{v})_x}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_x} - \overrightarrow{v_{0x}}}{\Delta t} = \frac{\Delta\overrightarrow{v_x}}{\Delta t}$$

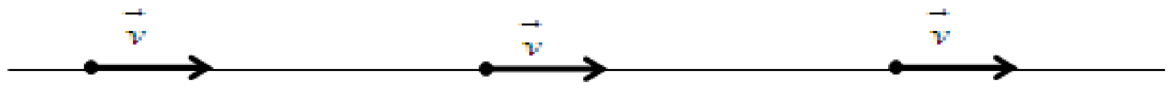
Si $\Delta\vec{v}$ est de même sens que l'axe Ox, alors, $\Delta v_x > 0$ et $a_x > 0$

Le vecteur accélération est défini comme suit : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$

II-3.4 Cas particulier

a) Mouvement rectiligne uniforme, MRU

MRU C´est un mouvement en ligne droite avec vitesse constante, dont le vecteur vitesse est constant en grandeur, direction et sens.



$$v = \frac{dx}{dt}, v(m.s^{-1}), dx(m), dt(s)$$

Dans le cas du mouvement circulaire uniforme (M.C.U.) :

- C´est un mouvement à vitesse constante et dont la trajectoire est circulaire.
- C´est, approximativement, celui de la plupart des planètes autour du soleil. Leurs trajectoires étant, en réalité, légèrement elliptiques.
- C'est aussi le mouvement de tous les points d'un solide tournant "régulièrement" autour d'un axe fixe. (Manège, roue d'un véhicule...)

b) Mouvement rectiligne uniformément varié, MRUV

Le mouvement rectiligne uniformément varié, est un mouvement dont la trajectoire est une droite. Afin de repérer la position d'un mobile sur cette trajectoire, nous utilisons un repère avec un seul axe (Ox) de même direction que celle de la trajectoire. Ceci constitue le repère le plus pratique car le vecteur position n'aura qu'une seule coordonnée c'est l'abscisse x du mobile. Il suffit de munir la trajectoire d'une origine O et d'une orientation, pour laquelle on choisira si possible celle du mouvement.

On prend l'instant initial ou origine des temps, t_0, l'instant où le chronomètre est déclenché à l'instant $t_0 = 0$. Si nous choisissons l'origine O tel qu'elle coïncide avec la position initiale du mobile M_0, le vecteur position initiale est nul. L'abscisse initiale est donc nulle : $x_0 = 0$.

A l'instant initial, le mobile est en train de se déplacer avec la vitesse initiale, tangentielle à la trajectoire, donc de même direction que l'axe Ox. v_0 n'a donc qu'une seule coordonnée, suivant Ox, c'est v_{0x}. Si v_0 est de même sens que l'axe Ox, $v_{0x} > 0$. Les conditions initiales sont donc : Si $t = t_0 = 0$, $x = x_0 = 0$ et $v_x = v_{0x}$.

Alors $\begin{cases} v_x = a_x \times t + v_{ox} \\ x = \frac{1}{2} a t^2 + x_0 \end{cases}$

II-4. MOUVEMENT CURVILIGNE

Le mouvement d'un objet est dit curviligne si sa trajectoire est une courbe.

II-4.1 Abscisse curviligne

Si la trajectoire d'un mobile M est connue, on peut l'orienter et choisir un point origine O. La valeur algébrique de l'arc $\overset{\frown}{OM}$ est l'abscisse curviligne s du point M.

* s > 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens de l'orientation.
* s < 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens inverse de l'orientation.

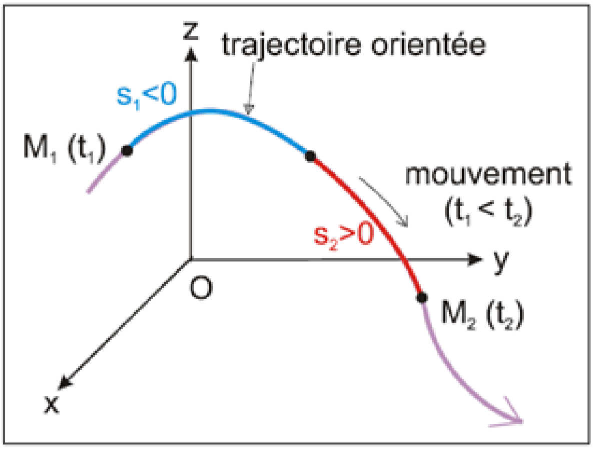


Figure II-5 *Trajectoire d'un mobile M en mode curviligne*

Le bon sens impose qu'on oriente la trajectoire dans le sens du mouvement. Le déplacement (positif) d'un mobile se trouvant initialement en M_1 (abscisse curviligne S_1) à l'instant t_1 et arrivant en M_2 (abscisse curviligne S_2) à l'instant t_2, est évidemment :

$$|\Delta S| = |S_2 - S_1|$$

ΔS est indépendant de l'origine O

II-4.2 Vecteur position

Soit M le mobile dans le repère $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. La position de M à chaque instant est repérée par les coordonnées (x, y, z) du vecteur position $\overrightarrow{OM}$

On sait que: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ et le module de ce vecteur : $\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$.

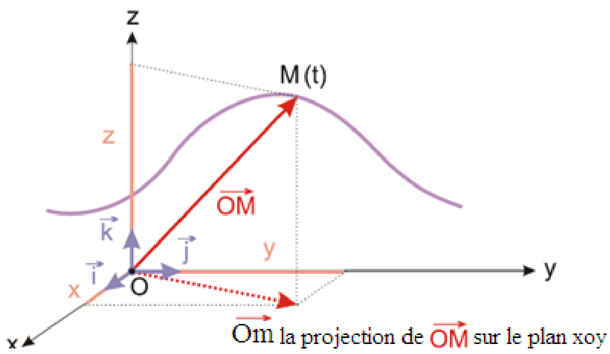


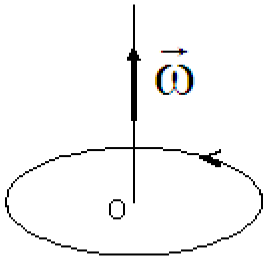
Figure II-5 *Vecteur position à trois dimensions*

Si le repère est orthonormé, (x, y, z) sont appelées coordonnées cartésiennes du point M. S'il y a mouvement ces coordonnées varient en fonction du temps. Les fonctions x = f(t), y = g(t) et z = h(t) sont nommées équations horaires du mouvement. Le mouvement d'un point M est parfaitement connu si on connaît ces équations horaires.

II-4.3 Vecteur vitesse angulaire

S'il s'agit d'un mouvement circulaire, le mobile est animé d'une vitesse angulaire de module constant. , appelé "période de révolution", et les abscisses curvilignes donnent la même position du mobile sur le cercle, car c'est un vecteur constant et le produit vectoriel est toujours dirigé vers le centre du cercle.

La vitesse angulaire est définie par : $\omega(t)=\frac{d\phi}{dt}$ (ϕ l'angle de rotation) elle peut, comme la vitesse linéaire $\vec{v}$, être représentée par une fonction vectorielle du temp



Le vecteur vitesse angulaire $\vec{\omega}$ a :

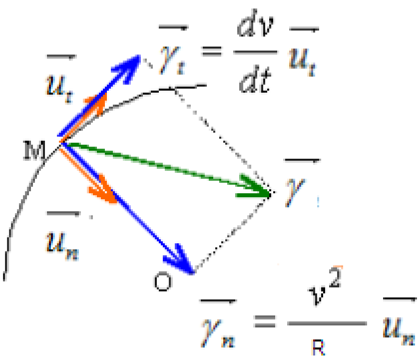
- une direction perpendiculaire au plan du mouvement,
- un sens tel que le déplacement du mobile s'effectue dans le sens direc
- un module $\omega=\frac{d\phi}{dt}=\frac{V}{R}$

$\vec{\omega}$ est un vecteur axial car il est porté par un axe fixe. On l'appelle souvent " vecteur rotation". Il est pratique, en général, de prendre un système d'axes orthonormés tel que le plan du mouvement soit parallèle au plan xOy. Dans ce cas, l'axe de rotation coïncide avec l'axe $\overrightarrow{Oz}$ alors on aura : $\vec{\omega}=\omega\vec{k}$

II-4.4 Vecteur accélération

Dans le cas d'un mouvement curviligne, l'accélération γ c'est la résultante de deux accélérations ; une composante suivant un axe tangentiel γ_t au mouvement et une composante suivant un axe normale γ_n. Le vecteur accélération normale, $\overrightarrow{\gamma_n}$ est orienté vers le centre de courbure. Le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ s'écrit dans la base de Frenet (ou base intrinsèque), $(\overrightarrow{u_t},\overrightarrow{u_n})$

$$\vec{\gamma}=\overrightarrow{\gamma_t}+\overrightarrow{\gamma_n}=\frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_t}+\frac{v^2}{R}\overrightarrow{u_n}$$



Remarques: Si la vitesse de la particule est constante on aura une composante nulle de l'accélération tangentielle γ_t , on peut déterminer le rayon de courbure, R, en utilisant l'expression suivante : $\gamma_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{v^2}{\gamma_n}$

II-5. MOUVEMENT RELATIF

II-5.1 Définition

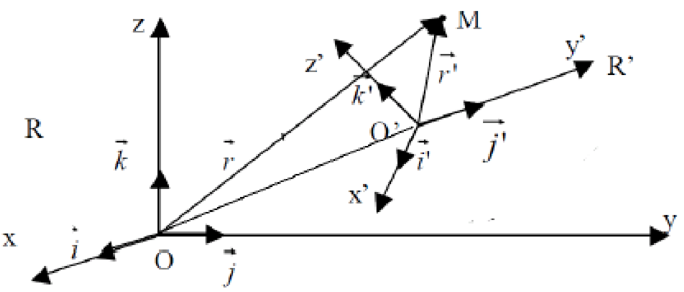
Le mouvement d'un point matériel peut être réparti en deux mouvements distincts

- Un mouvement par rapport à un repère fixe qu'on nommera repère absolu
- Un mouvement par rapport à un repère mobile qu'on nommera repère relatif.

Toutes les grandeurs (position, vitesses et accélération) seront identifiées par rapport au repère approprié.

II-5.2 Changement de référentiel

Soit un point matériel M en mouvement par rapport à un repère R'(o',x',y',z') mobile, lui même en mouvement par à un repère fixe R (O,x,y,z).



Pour étudier un mouvement, on utilise les définitions suivantes : le trièdre Oxyz (repère R) est le repère absolu ou référentiel absolu ; le trièdre O'x'y'z' (repère R') est le repère relatif ou référentiel relatif ; le mouvement du point M par rapport à « R » s'appelle mouvement absolu ; le mouvement du point M par rapport à « R' » s'appelle mouvement relatif ; le mouvement de « R' » par rapport à « R » s'appelle mouvement d'entraînement.

II-5.3 Relation position-position

La position de M dans R est la position absolue et sa position dans R' c'est sa position relative : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ et $\overrightarrow{O'M} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$

Alors : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$

II-5.4 Relation Vitesse-Vitesse

La vitesse absolue est la vitesse de M par rapport à R

$$\vec{V}_a = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Cette vitesse peut être calculée d'une autre façon :

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + x'\frac{d\vec{i}}{dt} + y'\frac{d\vec{j}}{dt} + z'\frac{d\vec{k}}{dt} + \frac{dx'}{dt}\vec{i}' + \frac{dy'}{dt}\vec{j}' + \frac{dz'}{dt}\vec{k}'$$

On pose :

$\vec{V}_e = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + x'\frac{d\vec{i}}{dt} + y'\frac{d\vec{j}}{dt} + z'\frac{d\vec{k}}{dt}$ $\qquad$ $\vec{V}_r = \frac{dx'}{dt}\vec{i}' + \frac{dy'}{dt}\vec{j}' + \frac{dz'}{dt}\vec{k}'$

D'où la relation de chasles ;

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

V_r : vitesse relative c'est la vitesse du mobile M par rapport au repère mobile R'

V_e : vitesse d'entrainement c'est la vitesse du repère R' par rapport au repère R.

Deux cas de mouvement de R' peuvent être, en translation et en rotation, la vitesse absolue et relative gardent la même expression par contre la vitesse d'entrainement se met différemment.

II-5.5 Relation Accélération- Accélération

L'accélération absolue c'est l'accélération du point M dans le repère R :

$$\vec{\gamma}_a = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + x'\frac{d^2\vec{i}\,'}{dt^2} + y'\frac{d^2\vec{j}\,'}{dt^2} + z'\frac{d^2\vec{k}\,'}{dt^2} + 2\left(\frac{dx'}{dt}\frac{d\vec{i}\,'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\vec{j}\,'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\vec{z}\,'}{dt}\right)$$
$$+\frac{d^2x'}{dt^2}\vec{i}\,' + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{j}\,' + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k}\,'$$

L'accélération absolue est la somme de trois accélérations : $\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c$

L'accélération relative : $\vec{\gamma}_r = x'\frac{d^2\vec{i}\,'}{dt^2} + y'\frac{d^2\vec{j}\,'}{dt^2} + z'\frac{d^2\vec{k}\,'}{dt^2}$

L'accélération d'entrainement : $\vec{\gamma}_e = \frac{d^2x'}{dt^2}\vec{i}\,' + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{j}\,' + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k}\,'$

Et l'accélération de Coriolis : $\vec{\gamma}_c = 2\left(\frac{dx'}{dt}\frac{d\vec{i}\,'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\vec{j}\,'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\vec{z}\,'}{dt}\right)$

II-6 EXERCICES D'APPLICATIONS

Exercice N°1

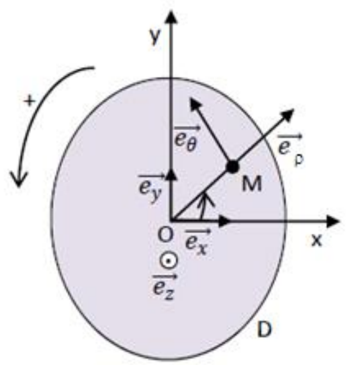
Au tennis, un lob est réussi lorsque la balle passe au-dessus de l'adversaire et retombe avant la ligne de fond de court (12m du filet). Le joueur 1, situé à d_1 = 2m du filet (de hauteur 1m), tape la balle à une hauteur z_0 = 30cm et lui communique une vitesse v 0 contenue dans un plan vertical, de valeur v_0=36 km.h^{-1}, et formant un angle α=60° avec l'horizontale. On négligera les forces de frottement. On prendra g = 9,8m.s^{-2}.

1. Déterminer les équations horaires du centre d'inertie G de la balle dans le repère $(o,\vec{i},\vec{k})$ représenté sur la figure (la balle est frappée à la date t = 0).
2. En déduire l'équation de la trajectoire de la balle.
3. La balle passe-t-elle au dessus du filet ?
4. Le joueur 2 est de l'autre coté du filet. Il tend sa raquette verticalement pour essayer de toucher la balle : le tamis de sa raquette est alors situé à une hauteur h = 2,3m. A quelle distance du filet le joueur 2 doit-il se placer ?
5. Si le joueur 2 se trouve à une distance d_2 = 4m du filet, peut-il intercepter la balle ? Le lob est-il réussi ?
6. Caractériser le vecteur vitesse $\vec{v}$ de la balle lors de son impact sur le sol.

Exercice N°2

Un disque D de centre O tourne dans le plan (Oxy) à vitesse angulaire constante ω_0 autour de l'axe (Oz). Un mobile ponctuel M part de O à l'instant t=0 et est astreint à se déplacer à vitesse constante le long d'un rayon du disque :

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_\rho} \quad \text{Avec} \quad (v_0 \succ 0)$$



L'étude du mouvement guidé de M peut s'effectuer dans deux référentiels : le référentiel terrestre $R(o,\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$ et le référentiel du disque $R(o,\vec{e_\rho},\vec{e_\theta},\vec{e_z})$.

1- Exprimer les coordonnées cartésiennes (x, y) en fonction des coordonnées polaire (ρ,θ).

1- Considérons le mouvement de M par rapport au référentiel R. Exprimer les vecteurs position, vitesse et accélération du point M en fonction de ρ *et* θ et de leurs dérivées temporelles successives :

a) dans la base cartésienne $(\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$;

b) dans la base cylindro-polaire $(\vec{e_\rho},\vec{e_\theta},\vec{e_z})$.

Ces expressions sont-elles équivalentes ? Quelle est la base la mieux adaptée pour résoudre ce problème ?

2- Donner, en coordonnées polaires, les équations horaires de M : (ρ, t) *et* (θ, t) **.** Vous les exprimeriez en fonction de v_0, ω_0 *et* t, en tenant compte du caractère guidé de M sur un rayon du disque à la vitesse v_0.

3- En déduire l'équation et tracer l'allure de sa trajectoire dans le référentiel terrestre R $(o,\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$. Montrer que ρ est incrémenté d'une longueur constante d à chaque tour du disque.

4- Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{OM},\vec{v} et \vec{a}$ en coordonnées polaires dans la base $(o,\vec{e_\rho},\vec{e_\theta},\vec{e_z})$, en fonction de v_0,ω_0 *et* t.

5- Quelle est la trajectoire et l'accélération $\vec{a}$ dans le référentiel du disque ?

III-1 DYNAMIQUE D'UN POINT MATERIEL

III-1.1 Notion de base

La dynamique a pour but d'expliquer le mouvement des corps, en reliant l'accélération aux forces subies.

III-1.2 Première loi de Newton-Principe d'inertie

Enoncé du principe d'inertie

Dans un référentiel d'inertie aussi appelé référentiel galiléen, un système est dit isolé ou au repos s'il n'est soumis à aucune force.

L'énoncé du principe : Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme dans lequel il se trouve, et ne le contraignent à changer d'état.

Ou aussi, par rapport à tout référentiel privilégié, tout point matériel *A*, éloigné de tout autre corps, a un mouvement rectiligne uniforme (un référentiel inertiel est galiléen).

III-2 PRINCIPE D'INERTIE POUR PARTICULE LIBRE

Introduction

On exprime la force qui s'applique sur un point matériel de masse *m* dans un référentiel galiléen, par la dérivée du vecteur quantité de mouvement par rapport au temps comme suit:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}$$

La quantité de mouvement $\vec{p}$ est le produit de la masse par la vitesse. Si la masse est constante, la formulation du principe fondamental devient :

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}, \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$
$$donc \vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{a}$ étant l'accélération de l'objet.

Référentiel galiléen:

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la relation fondamentale de la dynamique est vérifiée. Le temps étant absolu, on définit une seule chronologie pour tous les référentiels galiléens. Actuellement la référence est l'horloge atomique. Elle utilise des atomes de césium qui émettent un rayonnement électromagnétique de période T. La seconde est alors définie comme étant

s = 9 192 631 770T

La chronologie étant établie, la définition d'un référentiel galiléen sera liée au choix du repère d'espace.

Masse et centre de masse:

Soit un point O quelconque, et N points M_i de masse individuelle m_i. On définit le centre de masse Ω par la relation :

$$m_T \vec{O\Omega} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{OM}_i$$

La masse totale est : $$m_T = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

Cette définition est indépendante du point de référence (ici : O) pour la raison suivante (A est un autre point) et en utilisant la définition de la masse totale:

$$m_T \vec{O\Omega} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{OM}_i \Rightarrow m_T\left(\vec{OA} + \vec{A\Omega}\right) = \sum_{i=1}^{N} m_i\left(\vec{OA} + \vec{AM}_i\right) \Rightarrow m_T \vec{A\Omega} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{AM}_i$$

Cette définition se généralise à un solide quelconque en remplaçant les sommes par des intégrales et les masses individuelles pas la densité locale.

III-3 LOI DE CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

III-3.1 Quantité de mouvement

Le vecteur quantité de mouvement, $\vec{p}$, d´un corps en translation est égale au produit de la masse, m, par le vecteur vitesse, $\vec{v}$, du corps :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

III-3.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement

Un système est dit isolé quand il n'est soumis à aucune force extérieure. On dit qu'un système est pseudo-isolé quand la somme des forces extérieures auxquelles il est soumis est nulle, et quand ces forces ont le même point d'application. Ces deux situations sont totalement équivalentes du point de vue de la dynamique, le mouvement qui en résulte est le même dans les deux cas, plus précisément

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$$

Donc la quantité de mouvement totale est conservée.

III-4 DEUXIEME LOI DE NEWTON

III-4.1 Notion de force

La force nette qui s'exerce sur un corps est égale au produit de la masse de ce corps par son accélération ».

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

L'énoncé le plus général est introduit si on définit la quantité de mouvement du corps **p** par :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

et l'énoncé de la 2ème loi est alors :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

L'énoncé un retombe sur la deuxième si la masse du corps est constante (en dérivant le terme « $m\vec{v}$ » par rapport au temps).

Les projections sur les 3 axes d'un repère (ici cartésien) attaché au référentiel inertiel de la loi $\vec{F} = m\vec{a}$

$$F_x = ma_x = \frac{dv_x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_y = ma_y = \frac{dv_y}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_z = ma_z = \frac{dv_z}{dt} = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

III-4.2 Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental permet d'écrire :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V} + m\frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{dm}{dt}\vec{V} + m\vec{a}$$

Le principe fondamental de la dynamique $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ et la 2ème loi de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ diffèrent donc par le terme $\frac{dm}{dt}\vec{V}$

III-5 TROISIEME LOI DE NEWTON

Principe de l'action et de la réaction

Soient deux points matériels A et B. Le principe de l'action et de la réaction s'énonce ainsi :

« La force appliquée par A sur B est l'opposée de celle appliquée par B sur A »

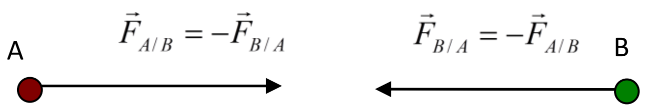


Figure III-1 : *Principe de l'action et de la réaction*

Supposons qu'il n'existe pas de forces extérieures, Du point de vue quantité de mouvement totale, on a :

$$\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{A/B} = \vec{0}$$

La quantité de mouvement d'un système isolé reste constante

On arrive à résumer les trois lois de newton comme suit :

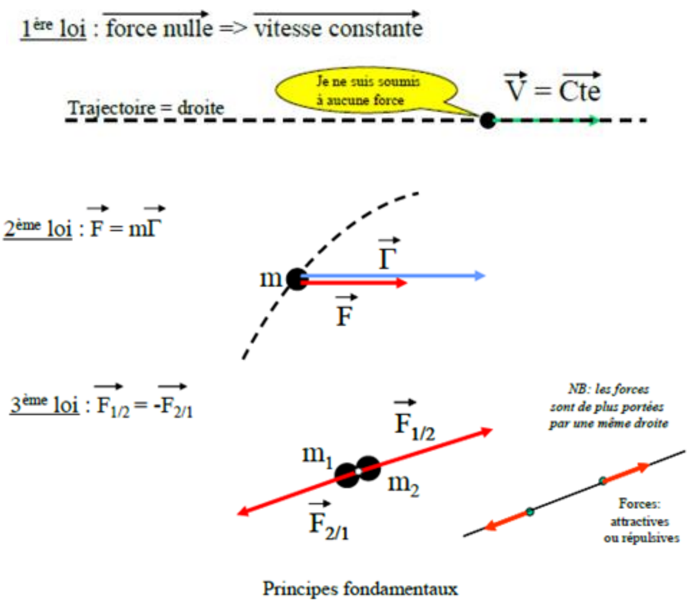


Figure III-2 : *Principes fondamentaux*

III-6 UTILISATION DE LA TROISIEME LOI DE NEWTON

III-6.1 Gravitation universelle

On considère deux corps ponctuels A et B, ayant les masses m_A et m_B, séparés par une distance d, ces corps exerce l'un sur l'autre par des forces d'interactions gravitationnelles attractives $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$, on sait que les deux forces ayant:

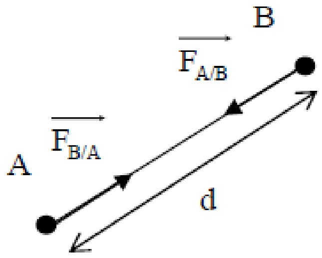


Figure III-3 : *Gravitation universelle*

- même droite d'action (AB)
- des sens opposés
- même intensité (ou valeur) : $F_{A/B} = F_{B/A} = G \dfrac{m_A . m_B}{d^2}$

G : constante de gravitation universelle

Sachant que dans le système des unités international (SI) **:** m_A et m_B sont en kilogrammes (kg)**,** d en mètres (m) $G = 6.67 .\ 10^{-11}\ m^3 .\ kg^{-1} .\ s^{-2}$

N.B: cette loi est aussi valable pour des corps volumineux présentant une répartition sphérique de masse, (le cas des planètes et des étoiles, la distance d est celle qui sépare leurs centres).

Gravitation à la surface d'un astre

On exprime la force de gravitation qui retient les objets (m) à la surface d'un astre sphérique (M), par la loi de Newton :

$$f = G \frac{M.m}{R^2}$$

Figure III-4 : *Gravitation à la surface d'un astre*

Si l'on applique cette force sur un objet de masse unité à la surface de ce corps, on obtient la valeur de la gravité appelée *pesanteur* sur Terre. L'astre est caractérisé par deux paramètres, la masse du corps *M* et son rayon *R* apparaissent dans l'expression de la loi de Newton.

La force de gravitation s'exerce toujours en s'éloignant du corps. L'accélération centrifuge due à la vitesse de rotation de l'objet autour du corps compense la gravité.

L'expression de la vitesse de satellisation à une distance *d* du centre est donnée par la formule :

$$V = \sqrt{\frac{GM}{d}}$$

On peut l'obtenir facilement en égalant l'accélération centrifuge due à la rotation, à la pesanteur :

$$f = G\frac{Mm}{d^2},\ f = ma, \frac{V^2}{d} = \frac{G.M}{d^2}\ alors \quad V = \sqrt{\frac{GM}{d}}\ avec, d = R$$

La valeur de la gravité ***g*** à la surface de la Terre est bien connue, facile à retrouver connaissant son diamètre et sa masse. Il en est de même de la plupart des objets du système solaire. Ces calculs peuvent faire l'objet de nombreux exercices qui présentent un intérêt pratique pour comprendre les conditions qui règnent à la surface des astres.

Les vitesses de libération sont des données essentielles dans le cas des sondes à envoyer vers leurs cibles planétaires. Elles sont aussi essentielles dans l'évolution des atmosphères des planètes. La température à la surface d'un astre conditionne la vitesse d'agitation moyenne des particules gazeuses. Si celle-ci est proche de la vitesse de libération, il est facile de comprendre la présence d'atmosphère ou sa perte, ou encore l'évaporation sélective des gaz plus légers.

$$\frac{1}{2}m.\vec{v}^2 = \frac{3}{2}KT$$

$\vec{v}$ vitesse moyenne d'agitation m; masse de la particule T; Température absolue, K constante de Boltzmann vaut 1,380662 x 10^{-23} $J.K^{-1}$

Pour faire les calculs avec ces formules, on peut faire appel à un tableur dans lequel on rentre toutes les caractéristiques des différents corps. Comme les masses, les rayons peuvent varier dans des proportions importantes.

III-6.2 Forces de contact

Le vecteur force, $\vec{F}$, est défini par sa direction, son sens et sa valeur exprimée en newtons (N). Une force peut être localisée ou répartie. (Constituée de plusieurs forces qui s'exercent sur tous les points du système SI). Dans ce dernier cas, on considère la résultante de ces diverses forces appliquées au centre d'inertie du système

a) Réaction

On considère un corps placé sur un support solide, il existe une force qu'on nome force de réaction du support, R ou N, qui s'y oppose, elle s'applique sur ce corps à la surface de contact, son vecteur est toujours orthogonal à cette surface.

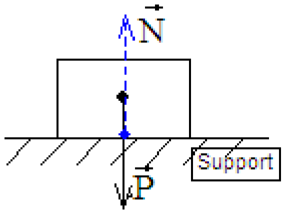


Figure III-5 : *Principe de la réaction*

b) Frottement solide

L'origine de ces forces est à l'échelle moléculaire : lorsque la distance entre 2 atomes diminuent, ils s'attirent puis finissent par se repousser pour de très petites distances. Les forces de frottement résultent de l'interaction de ce nombre immense d'atomes sur la surface de contact entre deux objets. La paramétrisation de la force nette est empirique et dépend de la nature des solides en contact, de la qualité de la surface, etc…

Dans la figure (III-6), on tire sur ce bloc avec une force $\vec{T}$. $\vec{N}$ est la force de réaction (dû à la répulsion à l'échelle moléculaire) et est perpendiculaire à la surface. $\vec{F}$ est la composante tangentielle est dans le plan de la surface de contact.

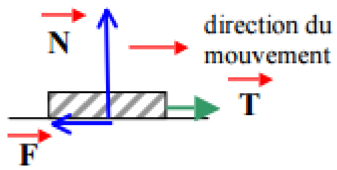


Figure III-6 : *Forces agissants sur un corps*

La force $\vec{F}$ est opposée à la direction du mouvement ainsi à la direction de la force $\vec{N}$ qui veut mettre le corps en mouvement donc elle freine le corps. Si le bloc ne bouge pas alors T+F=0Si le corps en interaction avec le support *ne glisse pas* sur ce dernier, on parle de **frottement statique, F_s,** et on sait que :

$$F_s = \mu_S N$$

avec μ_S un coefficient de frottement statique qui dépend de la nature des matériaux en contact et de leur état de surface. L'inégalité ci dessus devient égalité lorsque les deux surfaces commencent juste à glisser l'une sur l'autre, et la force tangentielle atteint alors son maximum. S'il y a mouvement et les surfaces glissent l'une sur l'autre on s'aperçoit que le frottement devient généralement plus faible et on introduit un coefficient de frottement cinétique**, μ_c,** et la force de **frottement cinétique**, **F_c**, peut être exprimée comme suit :

$$F_c = \mu_C N$$

c) Frottement visqueux

On considère un solide en mouvement dans un fluide, on a plusieurs régimes en fonction de la grandeur de la vitesse, v, par rapport au fluide

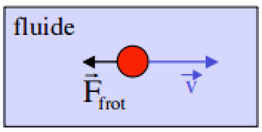


Figure III-7 : *Frottement visqueux*

Pour les faibles vitesses (< 5 m/s dans l'air) en régime laminaire:

k = coefficient caractéristique de la géométrie du solide

η = coefficient de viscosité du fluide

La force de frottement est définie par :

$$\vec{F} = -k\eta\vec{v}$$

avec $k = 6\pi R$ Pour une boule de rayon R.

III-7 MOMENT CINETIQUE

On définit le moment cinétique au point O d'un point matériel M de masse m, animé d'une vitesse par l'expression suivante :

$$\vec{L}_o = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}$$

N.B : le moment cinétique dépend du référentiel choisi ainsi que du point O

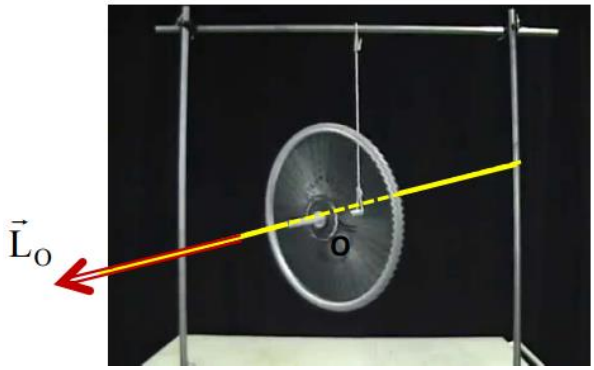


Figure III-10 *Moment cinétique*

On considère que la trajectoire du point matériel est contenue dans un plan (plan de la roue). Le moment cinétique est normal à ce plan (propriété du produit vectoriel).

III-7.1 Moment d'une force en un point de l'espace

Soit une force $\vec{F}$ agissant en un point M quelconque de l'espace. Le moment de la force au point A est :

$$\vec{M}_A(\vec{F}) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}$$

On constate que le moment de la force est perpendiculaire au plan formé par les deux vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{F}$.

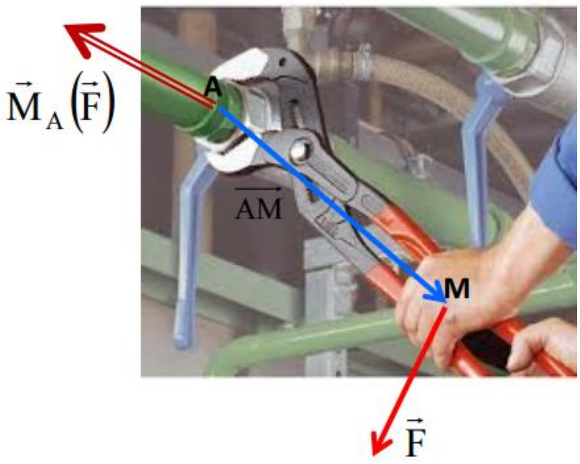


Figure III-2 *Moment d'une force en un point*

On sait que : $\|\vec{M}_A(\vec{F})\| = \|\overrightarrow{AM}\| \|\vec{F}\| \sin(\overrightarrow{AM}, \vec{F})$

Donc: le moment est maximal si $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{F}$ sont orthogonaux, ainsi, il est d'autant plus grand que la distance AM est importante, c'est-à-dire que le bras de levier est grand…

III-7.2 Loi du moment cinétique

Soit un point fixe **O**, dans un référentiel galiléen, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique d'un mobile ponctuel par rapport à un point fixe **O** est égale au moment en **O** de la résultante des forces appliquées au mobile :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F})$$

Et lorsque le référentiel n'est pas galiléen,

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F}) + \vec{M}_O(\vec{f}_{inertie})$$

III-8 FORCE D'INERTIE

La force d'inertie s'appelle aussi inertielle, ou force fictive, ou pseudo-force est une force apparente agissante sur les masses lorsqu'elles sont observées à partir d'un référentiel non inertiel, ou depuis un point de vue en mouvement accéléré de translation ou de rotation.

Soient (R) un référentiel galiléen centré en 0, (R') un référentiel non galiléen centré en A, dont la rotation (instantanée) autour de (R) est donnée par le vecteur $\vec{\Omega}_{(R'/R)}$, et un point M mobile de masse *m* subissant des forces $\vec{F}$. Soit $v_r = \vec{v}(M)_{(R')}$ la vitesse relative de M dans (R').

D'après la loi de composition des mouvements, en notant $\vec{a}_a$ l'accélération absolue dans (R), $\vec{a}_r$ l'accélération relative dans (R'), $\vec{a}_e$ l'accélération d'entraînement et enfin $\vec{a}_c$ l'accélération de Coriolis, on a

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

Aussi, d'après le principe fondamental de la dynamique, on a : $m\vec{a}_a = \vec{F} = m(\vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c)$

D'où, dans le référentiel (R') on a: $m\vec{a}_r = \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c$

En définissant les **forces d'inertie** $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$ et $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$, donc on peut écrire le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel (R') non galiléen :

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

La force $\vec{F}_{ie}$ est appelée **force d'inertie d'entrainement**, elle s'exprime sous la forme suivante:

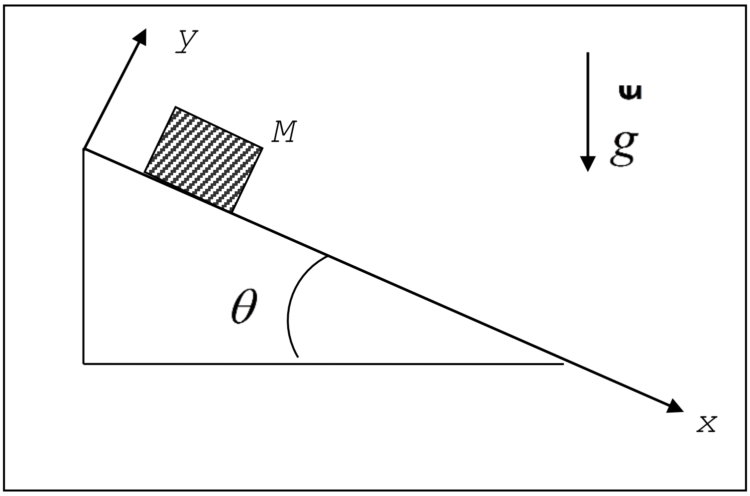
$$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_{ie} = -m(\vec{a}_a - \vec{a}_r - \vec{a}_c)$$

La force $\vec{F}_{ic}$ est appelée force d'inertie de Coriolis.

III-9 EXERCICES D'APPLICATION

Exercice N°1:

Une brique est immobile sur une planche dont l'inclinaison θ par rapport à l'horizontale peut-être modifiée. La brique est soumise au champ de pesanteur terrestre ; elle est repérée en coordonnées cartésiennes par deux axes situés dans le plan vertical, *Ox* étant colinéaire à la planche et *Oy* perpendiculaire à celle-ci. La brique est assimilé à un point matériel *M* de masse *m* et l'origine *O* du repère désigne sa position initiale.



La planche exerce sur la brique une force de frottement solide pour lequel on donne le coefficient de frottement dynamique μ_d et le coefficient de frottement statique μ_s. Le référentiel d'étude est galiléen.

a) Etudier l'équilibre statique de la brique et montrer qu'il ne peut se maintenir que si θ reste inférieur à une valeur critique θ_c.

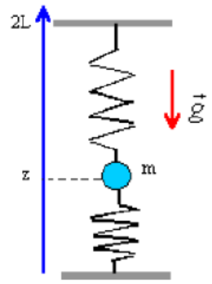
b) L'angle θ est progressivement augmenté jusqu'à θ_c. Etablir l'équation du mouvement vérifiée par le point *M*.

c) Exprimer cette équation en fonction de la différence des coefficients de frottement statique et dynamique.

d) Donner l'expression de la vitesse et de la position de la brique en fonction du temps.

e) Vérifier que le coefficient de frottement dynamique doit nécessairement être inférieur au coefficient de frottement statique.

Exercice N°2:



Un solide de masse m est fixé à 2 ressorts verticaux de raideur k et de longueur l_o est astreint à des déplacements suivant la verticale.

La position du centre de gravité du solide est repérée par la cote z.

Dans un premier temps on néglige les frottements.

1. Exprimer les énergies potentielles en fonction de z et Préciser les origines choisies.

2. Etablir l'équation différentielle avec la variable z.

- A l'instant initial on lâche le mobile à partir de la position z=½ l_o

- La période du mouvement est elle modifiée si on part de ¼ l_0 ?

3. Exprimer les forces s'exerçant sur le mobile en fonction de z; retrouver la condition d'équilibre.

- Etablir l'équation différentielle vérifiée par z.

4. On tient compte des frottements en plaçant le dispositif dans un fluide visqueux de coefficient de viscosité η, qui exerce une force de freinage du type $F=-6\pi\eta r v$. r étant le rayon de notre solide (sphérique) et v sa vitesse. Comment est modifiée l'équation différentielle ? La position d'équilibre est elle changée ?

5. La période des oscillations dans l'air est T_0 et la pseudo-période dans un liquide est T. Etablir l'expression de la viscosité du liquide en fonction de T_0, T et des caractéristiques de la sphère.

IV-1 TRAVAIL

IV-1.1 Généralités

Les formes d'énergie sont nombreuses et bien connues alors que le concept d'énergie est loin d'être clair ou évident. Nous comprenons ce qui est l'énergie par les effets qu'elle induit. Par exemple quand nous faisons une chute, nous ressentons les effets de cette chute lorsque nous touchons le sol, parce qu'il y a eu conversion de l'énergie de chute en énergie calorifique.

Comme toutes les quantités physiques, les caractéristiques de cette dernière sont connues alors qu'il est impossible de la définir. Par exemple, c'est une quantité qui peut changer de forme en se transmettant, donc c'est une quantité mesurable, qui a un rapport avec un déplacement, on peut distinguer plusieurs types d'énergie, on cite:

- ✓ Energie électrique : déplacement d'électrons dans la matière.
- ✓ Energie électromagnétique : déplacement d'une onde dans le vide ou dans un milieu matériel.
- ✓ Energie acoustique : déplacement d'une onde longitudinale dans l'air.
- ✓ Energie calorifique : Transfert de chaleur (énergie cinétique de particules)
- ✓ Energie mécanique : déplacement d'objets divers
- ✓ Energie nucléaire : déplacement de fragments de fission ou de fusion.

IV-1.2 Travail de la force de pesanteur

Soit un point matériel de masse m décrivant une trajectoire quelconque (Figure IV-1). Ce point est soumis à une force $\vec{F}$ en tout point de la trajectoire. Pour chaque intervalle de temps *dt*, *M* parcourt une distance $d\ell$.

La quantité $\vec{F} \cdot \vec{d\ell}$ est notée dW et est appelée travail de la force $\vec{F}$ au point M. Afin de bien comprendre ce que signifie le produit scalaire, prenons deux exemples.

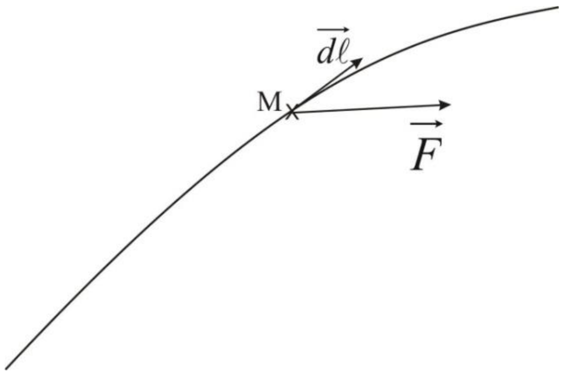


Figure IV-1 *travail d'une force*

Un mobile sur un plan horizontal roule sans glisser (Figure IV-2). Ce mobile est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ du sol. Le produit scalaire est nul

$$\vec{P} \cdot \vec{d\ell} = 0$$

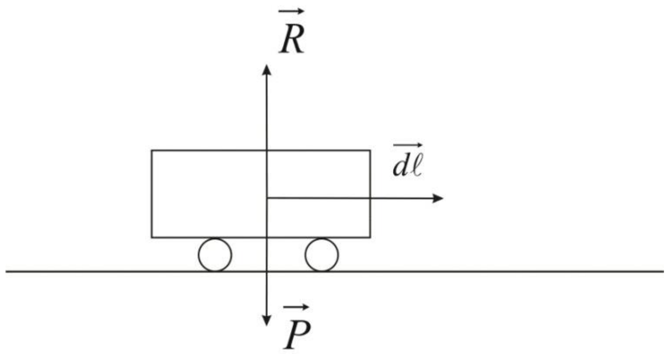


Figure IV-2 *Déplacement d'un mobile sur un plan horizontal*

C'est comme le poids ne travaille pas, donc qu'il ne contribue pas au mouvement. Par contre, dans le cas de la chute d'un corps, le produit scalaire est maximum comme c'est le produit des normes, car le poids contribue totalement au mouvement.

IV-1.3 Travail d'une force élastique

Soit un ressort de raideur k , de longueur au repos l_0 , au bout duquel on met une masse m comme l'indique la figure IV-3. Le ressort et la masse sont sur un plan horizontal et nous nous intéressons uniquement à la tension du ressort.

La force de tension du ressort $\vec{T}$ est une force qui varie avec l'état d'étirement du ressort k . Donc ce n'est pas une force constante au cours du déplacement, ainsi, pour calculer le travail de cette force il faut calculer le travail élémentaire de cette dernière sur un déplacement infiniment petit sur lequel nous considérons que la force est constante.

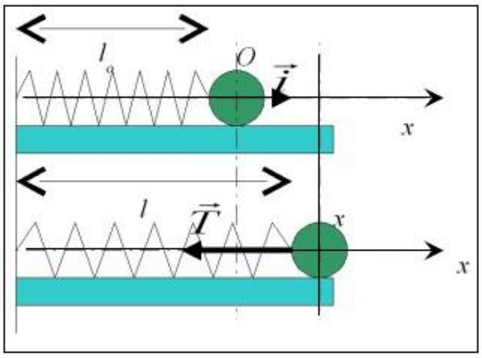


Figure IV-3 *Travail élastique.*

D'après cette figure, la tension s'exprime de la façon suivante :

$$\vec{T} = -k\Delta l\,\vec{i} = -k\,(l - l_0)\,\vec{i} = -kx\,\vec{i}$$

Le travail de cette force ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de la position initiale et finale du ressort.

Le travail élémentaire de la force élastique $\vec{T}$, si la masse passe d'une position x à une position $x + dx$, est donc donné par:

$$\delta W\left(\vec{T}\right) = \vec{T} \cdot d\vec{l} = -kx\,\vec{i} \cdot dx\,\vec{i} = -kxdx = -d\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$$

Lorsque le point d'application se déplace d'une position x_1 à une position x_2 , le travail de cette force est donc :

$$W_{1\to 2}\left(\vec{T}\right) = \int_1^2 \vec{T} \cdot d\vec{l} = -k\int_{x_1}^{x_2} xdx = \frac{1}{2}k\left(x_1^2 - x_2^2\right).$$

Le travail de cette force ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de la position initiale et finale du ressort.

IV-2 ENERGIE

IV-2.1 Energie cinétique

a) Notion fondamentale

On peut utiliser le concept de l'énergie afin d'étudier le mouvement des particules. Cependant, il existe diverses formes de cette dernière. Techniquement, on peut dire que l'énergie est une grandeur scalaire associée à un état du (ou des) point (s) matériel (s).
On définit l'énergie cinétique d'un point matériel, T, comme l'´energie qu'il possède en vertu de son mouvement, elle s'exprime sous la forme habituelle:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

b) Théorème de l'énergie cinétique

« La variation de l'énergie cinétique d'un point matériel entre deux instants est égale au travail de la résultante de toutes les forces qui lui sont appliquées entre ces deux instants », autrement dit la variation de l'énergie cinétique dans un référentiel R est :

$$dT = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = m\vec{v}d\vec{v} = m\vec{v}\vec{a}dt = m\vec{a}d\vec{r}$$

$$dT = m\vec{a}.d\vec{r} \underbrace{=}_{2^{\text{éme}}\text{ loi de Newton}} \vec{F}.d\vec{r} = \delta W$$

$$dT = \delta W$$

$$\int_A^B dT = W_{A-B}(\sum \vec{F}) \Rightarrow T_B - T_A = \sum W_{A-B}(\vec{F})$$

IV-2.2 Energie potentielle

a) Forces conservatives

Si le travail d'une force entre deux points *A* et *B* ne dépend pas du chemin suivi, mais dépend uniquement des points *A* et *B*, on dit que cette force est conservative.
Soit un point matériel de masse *m* sur une pente *AB* comme montre la figure (IV-4). Calculons le travail du poids le long de *AB*.

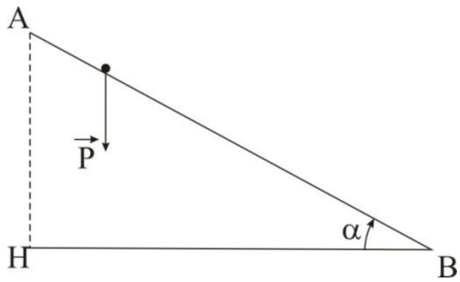


Figure IV-4: *Force conservative*

On sait que:

$$dW_{A\to B} = \vec{P}.\overrightarrow{d\ell} = mgd\ell\sin\alpha$$

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{P}.\overrightarrow{d\ell} = \int_A^B mgd\ell\sin\alpha = mg\sin\alpha\int_A^B d\ell = mg\sin\alpha AB = mgAH$$

Si l'on prend *H* comme point intermédiaire :

$$W_{A\to B} = W_{A\to H} + W_{H\to B} = mgAH + 0 = mgAH$$

Le poids est une force conservative.

Dans le cas d'une force conservative, puisque le travail ne dépend que des points *A* et *B*, il existe alors une fonction E_p, telle que $W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B)$

$$W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B) = -\int_A^B dE_p$$, on peut écrire aussi :

$$dW = -dE_p$$

La fonction E_p est appelée énergie potentielle. La relation précédente indique le travail lors d'un déplacement infinitésimal est égal à l'opposé de la variation d'énergie potentielle lors de ce déplacement.

D'après le théorème de l'énergie cinétique, on trouve que $dW = dE_c$. Donc $-dE_p = -dE_c$, ou encore $d(E_c + E_p) = 0$. La somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique dans le cas de forces conservatives est constante. Cette quantité est appelée énergie mécanique, E_m.

$$E_m = E_c + E_p$$

N.B: Comme le travail est une quantité proportionnelle à une longueur. On ne peut pas écrire $W_{A\to B} = W(A) - W(B)$, car W n'est pas une fonction, elle n'est pas définie en un point.

b) Forces non conservatives

Lorsqu'on écrit $W = \Delta E_c$, il s'agit de toutes les forces agissant sur l'objet, c.à.d. des forces conservatives et des forces non conservatives. Entre deux instants t_o et t_f, l'énergie mécanique ne se conserve pas. Une partie de l'énergie est donnée à l'extérieur sous forme de chaleur, à cause des frottements. Il en résulte que l'énergie mécanique finale est inférieure à l'énergie mécanique initiale.

à $t = t_i$, $E_m^i = E_p^i + E_c^i$

à $t = t_f$, $E_m^f = E_p^f + E_c^f$

La variation d'énergie mécanique est :

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = \underbrace{\left(\sum W_{FC} + \sum W_{FNC}\right)}_{\Delta E_c} + \Delta E_p$$

où W_{FC} et W_{FNC} représentent les travaux des forces conservatives et non conservatives respectivement.

Par la suite:

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = \underbrace{\sum W_{FC} + \Delta E_p}_{0} + \sum W_{FNC}$$

$$\Delta E_m = \sum W_{FNC}$$

La variation d’énergie mécanique est égale à la somme des travaux de toutes les forces non conservatives.

IV-2.3 Energie mécanique

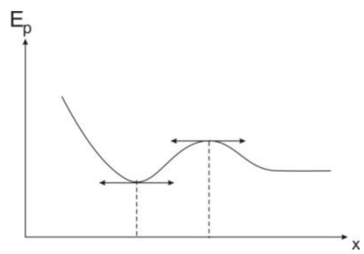
en mécanique classique, la quantité utilisée pour désigner l'énergie d'un système emmagasinée sous forme d'énergie cinétique et d'énergie potentielle c’est l'énergie mécanique. C'est une quantité conservée lorsqu'aucune force extérieure ou force non conservative (le frottement ou encore un choc) n'intervient dans le système et s'avère, pour cela, pratique à utiliser. Elle s'exprime généralement comme la somme de l'énergie cinétique d'un corps et de son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_m = E_c + \sum E_p$$

IV-3 EQUILIBRE – STABILITE

IV-3.1 Equilibre dans un référentiel galiléen

On dit qu’un objet est en équilibre, si la résultante des forces extérieures appliquées à cet objet est nulle.



Si $\sum \vec{F} = \vec{0}$, à l'équilibre, alors $dW = \vec{F} \cdot \vec{d\ell} = 0 = -dE_P$

Figure IV-5 *Energie potentielle*

Donc l'énergie potentielle est extremum (minimum ou maximum
Comme illustré sur la (figure IV-5)

IV-3.2 Equilibre dans un référentiel non galiléen

On considère un véhicule qui accélère uniformément, avec une accélération $\vec{a}$. Un objet de masse *m* est accroché à un fil lui-même attaché au plafond du véhicule.

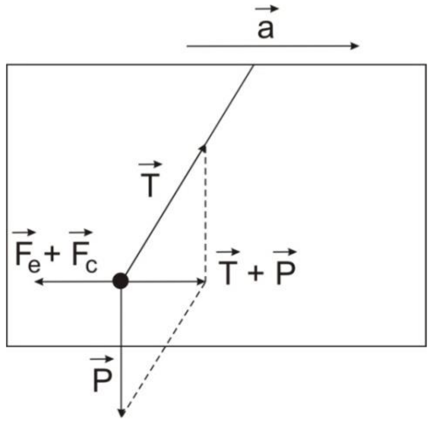


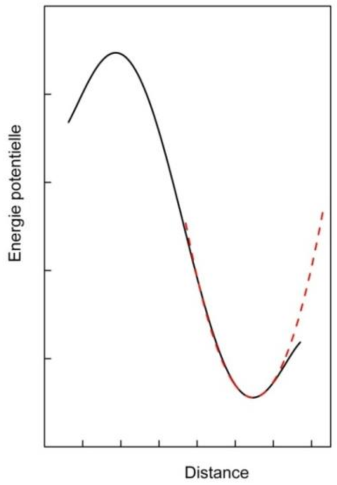
Figure IV-6 *Equilibre dans un repère galiléen*

L'objet de masse *m* est soumis à la tension du fil et à son poids. S'il n'y avait que ces deux forces, il n'y aurait pas d'équilibre. L'équilibre est dû aux forces d'entraînement et complémentaire.

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F_e} + \vec{F_c} = m\vec{a_r}\ , \qquad \vec{a_r} = \vec{0} \text{ à l'équilibre}$$

Si l'objet est soumis à une force qui le pousse hors d'équilibre, et il y revient spontanément, on dit que l'équilibre est stable, s'il ne revient pas à cet état, on dit que l'équilibre est instable. En effet, comme on peut le voir sur la figure (IV-5) qui représente l'énergie potentielle en fonction de la position x.

Près d'un extremum, E_p peut être décrite par un polynôme du second degré, comme le montre la courbe suivante : (voir la courbe (IV-7)



$$E_P = ax^2$$

$$\frac{dE_P}{dx} = 2ax$$

$$\frac{d^2E_P}{dx^2} = 2a$$

Figure IV-7 : *Energie potentielle*

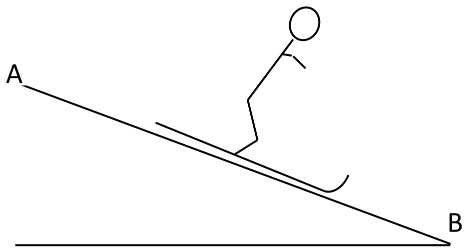
Dans ce cas, $a > 0$, l'équilibre est stable. Sinon, si $a < 0$, l'équilibre est instable. Finalement, si la dérivée seconde de l'énergie potentielle est positive (ou négative), l'équilibre est stable (ou instable) respectivement.

IV-4 EXERCICES D'APPLICATION

Exercice N°1:

Un skieur à l'épreuve du kilomètre lancé (KL), en recherche de vitesse sur une piste plane, bien damée et inclinée d'un angle $\alpha = 26{,}0°$ par rapport à l'horizontale, part du point A et atteint une vitesse de 182 $km.h^{-1}$ (= 50,5$m.s^{-1}$)au bout d'un km de piste, au point B.

La masse du skieur et de son équipement est de 115 kg.



1- Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle du skieur en A. Faire l'application numérique correspondante en prenant comme origine des énergies potentielles le point B.

2- Donner l'expression littérale de l'énergie cinétique du skieur en B. Faire l'application numérique correspondante.
3- Nommer les forces appliquées au système {skieur + équipement} et les représenter sur un schéma.
4- Donner l'expression du travail de chacune de ces forces.
5- Donner la relation liant la variation d'énergie cinétique du système et le travail des différentes forces.
6- Si le skieur glisse sans frottement. Quelle serait alors sa vitesse au point B ?
7- En fait les frottements ne sont pas négligeables lors d'une telle descente ; déterminer la valeur de ces frottements.

Exercice N°2:

Un pendule est constitué d'une bille de masse M= 65 g fixée à l'extrémité d'un fil de masse négligeable de longueur l = 0,80 m. La bille est écartée de sa position d'équilibre jusqu'à que le fil fasse un angle α_0 = 35° avec la verticale puis abandonnée sans vitesse initiale.

1- Exprimer l'énergie potentielle de la bille en fonction de l'angle α du fil avec la verticale. L'altitude z = 0 est la position d'équilibre de la bille.
2- Justifier la constance de la somme E_{PP} + Ec des énergies cinétique et potentielle de la bille.
3- Quelle est la vitesse V_{max}, de la bille lorsqu'elle passe par sa position d'équilibre ?
4- Quel angle α_1 fait le fil avec la verticale en N lorsque la vitesse de la bille est la moitié de sa valeur maximale ?

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Michel PATY, *La notion de grandeur et la légitimité de la mathématisation en physique*. 2001.

- Albert CHÂTELET et Joseph Kampé DE FÉRIET, *Calcul vectoriel. Théorie applications géométriques et cinématiques*. Gauthier-Villars, 1923.

- François ROTHEN, *Physique générale: la physique des sciences de la nature et de la vie*. PPUR presses polytechniques, 1999.

- Jean Baptiste BELANGER, *Traité de la dynamique d'un point matériel*. Dunod, 1864.

- Brigitte D'ANDRÉA-NOVEL et Michel Cohen DE LARA, *Commande linéaire des systèmes dynamiques*. Presses des MINES, 2000.

- Jean-Marc VIREY, *Physique et Mécanique. Une initiation aux méthodes de résolution des problèmes de physique*. Presses Universitaires de Provence (PUP), 2015.

- Douglas GIANCOLI, C. *Physics: principles with applications*. USA: Pearson Education, 2005.