

# Mécanique du point

# Table des matières



<b>Objectifs</b>	3
<b>I - Chapitre I : Grandeurs physiques et équations aux dimensions.</b>	4
1. Objectifs et Pré-requis .....	4
2. Grandeurs physiques .....	5
2.1. Définition d'une grandeur physique .....	5
2.2. Grandeurs physique mesurables .....	5
3. Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées .....	6
3.1. Grandeurs fondamentales .....	6
3.2. Grandeurs dérivées .....	7
4. Équations aux dimensions .....	9
4.1. Utilisation de l'analyse dimensionnelle .....	9
4.2. Écriture d'une équation aux dimension .....	9
4.3. Exercices .....	10

# Objectifs

## Objectifs du module :

A travers ce module mes étudiant seront capable de :

- \* Mettre en pratique les concepts d'espace et de temps physiques et du repérage de mobiles dans différentes bases de cet espace;
- \* Appliquer la cinématique du point matériel qui permet d'étudier le mouvement sans se préoccuper des causes qui le provoquent et cela dans des référentiels fixes et des référentiels en mouvement relatif les uns par rapport aux autres;
- \* Construire la forme d'une équation à partir d'hypothèses sur les grandeurs qui gouvernent l'état d'un système physique.
- \* Énoncer le concept de forces et d'interactions physiques, de mouvement et de repos;
- \* Interpréter les principes de la dynamique d'un point matériel et d'un système dans un référentiel galiléen et dans un référentiel non galiléen et de maîtriser leurs applications dans la résolution des problèmes;
- \* Exercer les notions de travail et d'énergie cinétique, potentielle et mécanique d'un point matériel et d'un système;

## Pré-requis :

- o Calcul différentiel.
- o Calcul des primitives et intégrales.
- o Les vecteurs. analyse trigonométrique.
- o Notions de base en physique.

# Chapitre I : Grandeurs physiques et équations aux dimensions.



La physique décrit la matière et l'espace, leurs propriétés et leurs comportements. Les propriétés mesurables sont nommées **GRANDEURS PHYSIQUES**. Lorsque leur mesure s'exprime par un simple nombre on parle de grandeur scalaire. Lorsqu'un ensemble de plusieurs nombre (vecteur) est nécessaire pour les représenter on parle de grandeur vectorielle. On peut aussi avoir recours à des tenseurs ou matrices de nombres. Bref à des êtres mathématiques. Les mathématiques constituent un outil extraordinaire pour décrire, comprendre et prévoir le comportement de la matière.

## 1. Objectifs et Pré-requis

### Objectifs :

A l'issue de ce chapitre l'étudiant sera capable de :

- Définir une grandeur physique,
- Nommer les systèmes d'unité
- Décomposer des grandeurs physiques en un produit de grandeurs de base.
- Vérifier l'homogénéité d'une formule physique par les équations aux dimensions.

### Pré-requis :

- Notions de base de la physique ; masse, charge, force, tension électrique....
- Outils mathématique : résolution d'équations, puissances...

## 2. Grandeurs physiques

### 2.1. Définition d'une grandeur physique

Une grandeur physique est un ensemble d'unités de mesure, de variables, d'ordres de grandeur et de méthodes de mesure (qui sont l'objet de la métrologie) lié à un aspect ou phénomène particulier de la physique. Par exemple, la grandeur longueur regroupe tout ce qui concerne les distances.

L'addition et la soustraction est seulement possible entre données de même grandeur.

La plupart des grandeurs physiques découlent les une des autres ainsi que de quelques grandeurs de base.

### 2.2. Grandeurs physique mesurables

Seules les grandeurs mesurables ont un véritable sens physique. Certaines notions comme la fonction d'onde utilisée en physique quantique ou même le champ électrique bien que plus subtiles et abstraites, se révèlent très utiles pour simplifier nombre d'équations.

En effet, le caractère quantitatif des grandeurs physiques est à la possibilité de les mesurer à l'aide de procédures fiables et cohérentes, et de leur attribuer ainsi des valeurs numériques. L'opération de mesurer consiste à comparer la grandeur qu'il s'agit d'évaluer à une grandeur étalon de même nature prise conventionnellement comme unité, le rapport entre la grandeur mesurée et cet étalon fournit la valeur numérique de la grandeur en termes de l'unité choisie. Ainsi, la donnée numérique d'une grandeur physique est dépourvue de sens si elle ne s'accompagne pas de l'indication de l'unité choisie. Un changement d'unité - qui modifie cette valeur -, est toujours possible est parfois souhaitable : il est plus parlant de mesurer les distances stellaires en années-lumière plutôt qu'en mètres. La plupart des grandeurs physiques découlent les une des autres ainsi que de quelques grandeurs de base.

Une grandeur est mesurable si nous pouvons définir:

- Une équivalence,
- Une opération (dite interne), l'addition par exemple,
- Une opération externe: multiplication par un réel par exemple. Cette opération permet de définir le rapport entre deux grandeurs.

D'autres grandeurs ne présentent pas les mêmes propriétés, par exemple si nous mélangeons des deux milieux de permittivité différentes, le mélange obtenu

ne présentera pas une permittivité qui serait la somme des permittivités des deux composants.

### 3. Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées

#### 3.1. Grandeurs fondamentales

Certaines grandeurs mesurables s'obtiennent à l'aide de relations de définitions, reflets de relations entre grandeurs mesurables. Les physiciens ont retenu, en particulier lors de la Conférence Générale des Poids et Mesures de 1972 créant le **Système International** (en abrégé S.I.), une liste de grandeurs de base, dites fondamentales, dont toutes les autres sont dérivées.

Ce sont : La masse, le temps, la longueur, la température, l'intensité lumineuse, l'intensité électrique, la quantité de matière.

Celles que nous utiliserons le plus souvent sont notées en gras : à savoir la **masse** (symbole: [M]), le **temps** (symbole:[T]), la **longueur** (symbole:[L]), ainsi que l'**intensité électrique** (symbole:[I])

Remarque : seul le nombre d'unités fondamentales est imposé, puisqu'elles doivent permettre, par combinaison, de mesurer toute grandeur physique connue sans définition redondante, mais le choix précis des unités fondamentales comme les unités de masse, longueur, temps, courant électrique, température, intensité lumineuse et quantité de matière est purement arbitraire.

Grandeur physique		Unité SI		Dimension
Nom	notation usuelle	Nom	Abréviation	
Longueur	l	mètre	L	L
Masse	m	kilogramme	Kg	M
Temps	t	seconde	s	T
Intensité électrique	i	ampère	A	I
Température	$\theta$	kelvin	K	$\theta$
Intensité lumineuse	I	candela	cd	J
Quantité de matière	n	mole	mol	N

#### Remarque

Choix des étalons unités dans le système international :

Le système métrique, œuvre de la Révolution Française, est à l'origine du Système International. Mais depuis 1875 (Convention du Mètre), la définition des étalons des grandeurs fondamentales évolue, et est révisée périodiquement, pour obtenir le maximum de précision. Bien entendu, les nouvelles définitions sont compatibles avec les anciennes.

Les unités fondamentales sont définies de façon telle que l'on puisse les reproduire si possible de façon indépendante du lieu d'observation. La sixième édition du bureau international des poids et mesures (BIPM) date de 1991, et certaines unités ont été revues plusieurs fois depuis leur création.

**Le KILOGRAMME** (défini initialement comme la masse d'un décimètre cube d'eau à 4°C) correspond depuis 1889 à la masse de l'étalon en platine iridié déposé au pavillon de Breteuil. C'est la seule unité encore définie par rapport à un objet matériel, donc susceptible de s'altérer. Actuellement, des recherches ont donc lieu pour remplacer cette définition par une autre, utilisant cette fois un phénomène physique.

**Le MÈTRE** (défini initialement en 1791 comme la 40 millionième partie du méridien terrestre, puis à partir de la longueur d'onde d'une radiation du krypton) correspond depuis 1983 à la distance parcourue dans le vide par la lumière en  $1/299\,792\,458$  de seconde.

**La SECONDE** (défini initialement comme la division du jour terrestre en 24h60min60s) correspond depuis 1967 à 9 192 631 770 périodes de la radiation émise à l'état fondamental par le césium 133 lors d'une transition entre deux niveaux hyperfins.

L'AMPÈRE est défini depuis 1948 comme l'intensité du courant qui produirait une force de  $2 \cdot 10^{-7}$  N par mètre de longueur entre deux conducteurs rectilignes infinis parallèles situés à 1 m l'un de l'autre dans le vide (voir cours d'électromagnétisme).

Le KELVIN est défini depuis 1967 comme étant égal à  $1/273,16^{\text{ème}}$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

La MOLE est définie depuis 1971 comme le nombre d'atomes contenus dans 12g de carbone 12 (soit environ  $6,022 \cdot 10^{23}$  atomes : c'est le nombre d'Avogadro)

Le CANDELA est défini depuis 1967 comme l'intensité lumineuse, dans la direction perpendiculaire, d'une surface de  $1 / 600\,000 \text{ m}^2$  d'un corps noir, à la température de congélation du platine, sous la pression de 101 325 Pa.

### 3.2. Grandeurs dérivées

Les grandeurs dérivées sont représentées par une équation aux dimensions, qui symbolise la définition de ces grandeurs par rapport aux grandeurs fondamentales.

Exemples :

La surface [ $L^2$ ], le volume [ $L^3$ ], la force [ $MLT^{-2}$ ], la quantité d'électricité [ $IT$ ]

On peut ajouter que l'unité d'angle plan est le radian (rad) et que celle d'angle solide est le stéradian (sr), toutes deux sans dimension puisque définies comme étant le rapport de deux longueurs (angle plan) ou de deux surfaces (angle solide).

Grandeur physique		Unité SI		Dimension
Nom	notation usuelle	Nom	Abréviation	
Vitesse linéaire	v		m/s	$L \cdot T^{-1}$
Vitesse angulaire, pulsation	$\omega, \Omega$		rad/s	$T^{-1}$
Accélération linéaire	$\Gamma, a$		$m/s^{-2}$	$L \cdot T^{-2}$
Fréquence	f	hertz	Hz	$T^{-1}$
Travail énergie, quantité de chaleur	W, Q	Joule	J	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

Force	F	Newton	N	$M.L.T^{-2}$
Pression	P	Pascal	Pa	$M.L^{-1}.T^{-2}$
Moment d'inertie	J		$kg.m^2$	$M.L^2$
Puissance	P	Watt	W	$M.L^2.T^{-3}$
Quantité d'électricité	q	Coulomb	C	T.I
Potentiel électrostatique	V	Volt	V	$M.L^2.T^3.I^{-1}$
Capacité	C	farad	F	$M^{-1}.L^{-2}.T^4.I^2$
Résistance électrique	R	ohm	$\Omega$	$M.L^2.T^{-3}.I^2$
Champ d'induction magnétique	B	Tesla	T	$M.T^{-2}.I^{-1}$

## 4. Équations aux dimensions

### 4.1. Utilisation de l'analyse dimensionnelle

-Tester l'homogénéité d'une expression est un critère permettant d'éliminer des résultats dont on sait qu'ils sont nécessairement faux.

**Une équation est homogène lorsque ses deux membres ont la même dimension. Une expression non homogène est nécessairement fautive !!**

- Pour manipuler les équations aux dimensions, on utilise les règles suivantes:
  - On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension.
  - Dans une fonction trigonométrique (sinus, cosinus, tangente), le nombre est forcément sans dimension.
  - La dimension du produit de deux grandeurs est égale au produit de leurs dimensions.
  - La dimension de  $A^n$  est la dimension de  $A$  à la puissance  $n$  ... ( $n$  est, quant à lui, sans dimension !!!)

### 4.2. Écriture d'une équation aux dimensions

dans la symbolique dimensionnelle des grandeurs de base, on appelle dimension d'une grandeur dérivée ( $G$ ), la relation:

$$\dim G = [G] = L^\alpha \cdot M^\beta \cdot T^\gamma \cdot I^\delta \cdot \theta^\varepsilon \cdot N^\mu \cdot J^\nu$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$ , et  $\nu$  sont les exposants dimensionnels de  $G$ .

Cas particuliers : si  $\alpha = \beta = \gamma = \dots = 0$ ,  $\dim G = 1$  et la grandeur est dite sans dimension.

#### Exemple

##### 1) Énergie de masse :

Prenons un exemple : comme chacun sait, Einstein a trouvé que  $E = mc^2$ .  $E$  est une énergie,  $m$  une masse et  $c$  une vitesse (la vitesse de la lumière dans le vide  $= 3 \cdot 10^8$  m/s).

Voyons si cette équation est homogène ( ce qui ne prouve pas sa justesse) mais est indispensable.

$[mc^2] = [m] \times [c]^2 = M \times V^2 = M (L T^{-1})^2 = M L^2 T^{-2}$  ce qui est bien la grandeur de l'**Énergie** que nous venions de calculer.

Donc l'équation  $E = mc^2$  est homogène. Si elle ne l'était pas, elle serait à coup sûr fautive. Mais attention l'homogénéité ne prouve pas qu'elle soit juste. En effet  $E = mc^3$  ou  $E = m^2c^5$  qui ne sont pas homogènes sont fautes, mais  $E = 3mc^2$  est homogène bien que fautive.

En conclusion la vérification de l'homogénéité d'une équation évite les erreurs grossières

##### 2) PRESSION

Force appliquée par unité de surface (par exemple par un fluide, ou apparenté, champ , radiation, mais aussi par la matière comme les semelles de mes chaussures sur le sol).

$$p = F/S$$

grandeur :  $[P] = \text{M L T}^{-2} / \text{L}^2 = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-2}$

Unité : le Pascal. (Pa).  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

Remarque :  $1 \text{ bar} = 1 \text{ kg/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa} = 10 \text{ tonnes / m}^2$ . ( c'est ce que nous respirons ! le double à 10m de profondeur sous l'eau, 10 fois plus à 100m de profondeur soit  $100 \text{ T/m}^2$  au pied d'un grand barrage).

### 4.3. Exercices

#### Exercice N°1

Soit l'expression suivante d'une force :  $F = 0,5 \rho S C_x v^2$  où  $\rho$  est une masse volumique, S une surface et v une vitesse.

Déterminer la dimension et l'unité du coefficient  $C_x$ .

#### Exercice N°2

Une bille de rayon r assimilée à un point matériel en mouvement dans un fluide, subit une force de frottement donnée par ;

$\vec{F}_f = -6 \pi \eta r \vec{v}$  où  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse de la bille et  $\eta$  la viscosité du fluide.

- Écrire l'équation aux dimensions de la viscosité du fluide.
- En déduire son unité.

#### Exercice N°3

La loi de Stefan donne la puissance P du rayonnement émis par un corps noir en fonction de sa surface S, de sa température T (en Kelvin) et d'une constante  $\sigma$  appelée constante de Stefan :

$$P = \sigma S T^4$$

Déduire l'unité de la constante de Stefan.