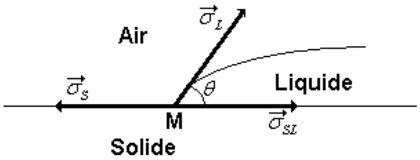
Université Abderrahmane Mira-Bejaia *23 Janvier 2013*
Faculté des Sciences de la Nature et de la Vie *Durée : 2 heures*
Département du Tronc Commun-2ème Année LMD *Matière : Biophysique*

Corrigé de l'Examen

1. Considérons l'équilibre d'une goutte liquide posée sur une surface horizontale du solide :
   a. La condition de cet équilibre est :

Considérant en effet l'équilibre d'une goutte liquide posée sur une surface horizontale du solide. La figure montre bien l'existence des trois (03) phases.



1Pts

L'équilibre du point M s'écrit (composantes horizontales des forces superficielles) :

$$\sigma_S = \sigma_{SL} + \sigma_L .\cos\theta \text{ ie : } \sigma_S - \sigma_{SL} = \sigma_L .\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\sigma_S - \sigma_{SL}}{\sigma_L}$$

   b. Selon l'angle de raccordement, on considère les cas suivants :
      - $\theta = 0°$, $W_{SL} = 2\ \sigma_L = W_L$: le travail d'adhésion est égal au travail de cohésion du liquide. C'est le cas extrême de l'équilibre qui correspond à un étalement complet du liquide ;
      - $\theta = 180°$, $W_{SL} = 0$: le travail d'adhésion est nul. Le mouillement est nul ; 1Pts
      - $0 < \theta < 90°$ (aigu) à un mouillement bon mais non parfait ;
      - $90° < \theta < 180°$ (obtus) à un mouillement mauvais mais non nul.

2. Le nettoyage avec un savon :

Si le savon nettoie et enlève la saleté, c'est parce qu'il est constitué de molécules à deux faces. L'une est hydrophobe, c'est-à-dire qu'elle attire les graisses (les saletés) et repousse l'eau et l'autre face à l'inverse est hydrophile, elle attire l'eau et repousse les graisses (les saletés). C'est grâce à cette propriété dite tensioactive que le savon peut capturer les graisses (saletés).

Pour que le savon soit efficace, il est nécessaire qu'il y ait de l'eau. La tête hydrophobe se fixe sur les corps gras, puis l'eau permet d'extraire la molécule et de l'évacuer.

1Pts

3. Avec un savon, l'eau chaude nettoie mieux que l'eau froide : 1Pts

Oui, la chaleur est un agent tensio-abaisseur qui fait tendre les tissus donc la peau => elle diminue la tension inter-faciale solide-liquide => elle diminue l'angle de contact entre l'eau et la peau et de ce fait libère bien mieux les impuretés.

4. A 3000m d'altitude, la pression atmosphérique est 0,7atm et la température maximale à laquelle on peut porter de l'eau est 90°C. Si on veut atteindre 100°C, par exemple pour stériliser un instrument médical, il faut :

Sous 0,7 atm la vaporisation de l'eau se produit à 90 °C environ. Pour dépasser cette température, il faut soit chauffer l'eau dans un réacteur fermé (autoclave), soit ajouter un soluté non volatil pour élever la température d'ébullition de l'eau (loi de l'ébullioscopie).

1Pts

5. Les différences entre les phénomènes de diffusion libre, osmose et osmose inverse sont : 2Pts

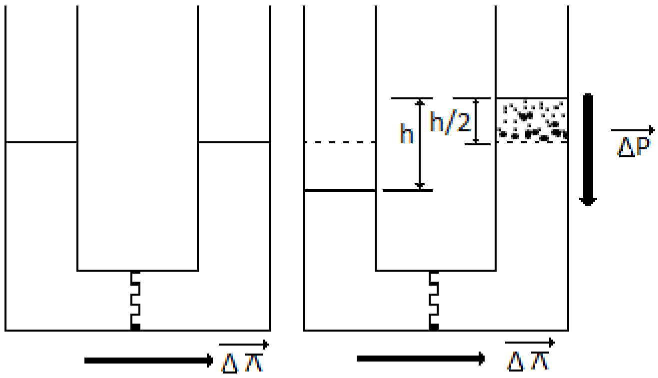
	Molécules déplacées	Sens	Nature de la membrane
Diffusion	Soluté	Du plus concentré vers le mois concentré	Interface libre ou membrane perméable aux molécules de soluté
Osmose	Solvant	Du moins concentré vers le plus concentré	Membrane sélective (semi-perméable) ou perméable seulement aux molécules de solvant
Osmose inverse (ultrafiltration)	solvant	Du plus concentré vers le moins concentré	Membrane sélective (semi-perméable) ou perméable seulement aux molécules de solvant

Exercice 1

1. *La masse molaire du soluté :*

La pression osmotique ($\Delta\pi = C_m RT$) permet le passage de l'eau (solvant) à travers la membrane qui sera opposée par la pression hydrostatique ($\Delta P = \rho gh$).

A l'équilibre : $\Delta\pi = \Delta P$



$$\left.\begin{array}{r} \Delta\pi = C_m RT \\ \Delta P = \rho gh \\ C_m = \dfrac{n}{V} \\ n = \dfrac{m}{M} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\pi = \Delta P \Rightarrow C_m RT = \rho gh \Rightarrow M = \frac{mRT}{\rho ghV}$$

Puisque, on tient compte de la variation de volume, donc :

$$V = V_0 + \Delta V \Rightarrow V = V_0 + s\,(\frac{h}{2})$$

Finalement, la masse molaire du soluté est :

2Pts

$$M = \frac{mRT}{\rho gh\,[V_0 + s\,(\frac{h}{2})]}$$

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{r} m = 0{,}18g = 18.10^{-5}Kg \\ R = 8{,}32\ J.K^{-1}mol^{-1} \\ T = 27°C = (27 + 273)K \\ \rho = 1000Kg.m^{-3} \\ g = 10N.Kg^{-1} \\ h = 10cm = 10.10^{-2}m \\ V_0 = 1200cm^3 = 1200.10^{-6}m^3 \\ s = 1cm^2 = 10^{-4}m^2 \end{array}\right\} \Rightarrow M = \frac{18.10^{-5} * 8{,}32 * (27 + 273)}{1000 * 10 * 10.10^{-2} * \left[1200.10^{-6} + 10^{-4} * \frac{10.10^{-2}}{2}\right]}$$

$$\Rightarrow M = 370.10^{-3}Kg.mol^{-1}$$

2. *La dénivellation h' :*

A l'équilibre, la pression osmotique ($\Delta\pi' = C_m{}'RT$) sera opposée par la pression hydrostatique ($\Delta P' = \rho g h'$).

A l'équilibre : $\Delta\pi' = \Delta P'$

2Pts

$$\left.\begin{array}{r} \Delta\pi' = C_m{}'RT \\ \Delta P' = \rho g h' \\ C_m{}' = \frac{n'}{V'} \\ n' = \frac{m'}{M'} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\pi' = \Delta P' \Rightarrow C_m'RT = \rho g h' \Rightarrow \frac{m'}{M'V'}RT = \rho g h'$$

Le volume V' est donné par :

$$V' = V_0 + \Delta V' \Rightarrow V' = V_0 + s\left(\frac{h'}{2}\right)$$

Finalement :

$$\frac{m'}{M'V'}RT = \rho g h' \Rightarrow \frac{m'}{M'\left[V_0 + s\left(\frac{h'}{2}\right)\right]}RT = \rho g h' \Rightarrow \frac{1}{2}\rho g s M' h'^2 + \rho g V_0 M' h' - m'RT = 0$$

Qui est une équation de 2ème degré sous forme : $ah'^2 + bh' + c = 0$ dont la résolution mène au calcul du discriminant (Δ) définie par : $\Delta = b^2 - 4ac$

Avec : $a = \frac{1}{2}\rho g s M'$; $b = \rho g V_0 M'$; $c = -m'RT$

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{c} \rho = 1000\text{kg.m}^{-3} \\ g = 10\text{N.kg}^{-1} \\ s = 1\text{cm}^2 = 10^{-4}\text{m}^2 \\ M' = 240\text{g.mol}^{-1} = 240.10^{-3}\text{kg.mol}^{-1} \\ V_0 = 1200\text{cm}^3 = 1200.10^{-6}\text{m}^3 \\ m' = 0{,}18\text{g} = 18.10^{-5}\text{kg} \\ R = 8{,}32\ \text{J.K}^{-1}\text{mol}^{-1} \\ T = 27°\text{C} = (27+273)\text{K} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{1000 * 10 * 10^{-4} * 240.10^{-3}}{2} = 12.10^{-2} \\ b = 1000 * 10 * 1200.10^{-6} * 240.10^{-3} = 2{,}88 \\ c = -18.10^{-5} * 8{,}32 * (27+273) = -0{,}45 \end{array}\right.$$

Le discriminant (Δ) vaut : $\Delta = (2{,}88)^2 - 4 * 12.10^{-2} * (-0{,}45) = 8{,}51 > 0$ donc l'équation admet deux solutions h'_1 et h'_2 données par les formules suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l} h'_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow h'_1 = \dfrac{-2{,}88-\sqrt{8{,}51}}{2 * 12.10^{-2}} = -0{,}24\ \text{m (rejetée)} \\ h'_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow h'_2 = \dfrac{-2{,}88+\sqrt{8{,}51}}{2 * 12.10^{-2}} = +0{,}15\ \text{m (acceptée)} \end{array}\right.$$

Donc, la dénivellation h' est 0,15m=15cm.

Exercice 2

1. *La variation de l'énergie libre au cours de cette transformation :*

On a, par définition : $\Delta W = \sigma\ \Delta S$

Avant la fusion : $\Delta W_1 = \sigma\ (\Delta S_a + \Delta S_b) = 2\ \sigma\ \Delta S_1 = 2\sigma(4\pi r^2)$

Après la fusion : $\Delta W_2 = \sigma\ \Delta S_a = \sigma(4\pi R^2)$

La variation de l'énergie libre est :

2Pts

$$\Delta W = \Delta W_2 - \Delta W_1 = 4\pi\sigma R^2 - 8\pi\sigma r^2 = 4\pi\sigma(R^2 - 2r^2)$$

Pendant la transformation, le volume étant constant :

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow 2\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow R = r\sqrt[3]{2}$$

On remplace R par son expression dans l'équation 4 :

$$\Delta W = 4\pi\sigma(R^2 - 2r^2) = 4\pi\sigma((r\sqrt[3]{2})^2 - 2r^2) = 4\pi\sigma r^2(\sqrt[3]{4} - 2)$$

Application numérique :

$$\left.\begin{matrix}\sigma = 490.10^{-3}\mathrm{N.m^{-1}} \\ r = 4\mathrm{mm} = 4.10^{-3}\ \mathrm{m}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta W = 4 * 3{,}14 * 490.10^{-3} * \left(4.10^{-3}\right)^2 * \left(\sqrt[3]{4} - 2\right)$$

$$\Rightarrow \Delta W = -40{,}6.10^{-6}\ \mathrm{Joul}$$

La fusion s'accompagne d'une perte en énergie libre de 40,6 µJoul

2. *Le rayon des petites gouttes :*

Le volume du système est conservé, donc :

Avant la tombée, la goutte a un volume :

1Pts

$$V_{AV} = \frac{4}{3}.\pi.R^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

Après la fragmentation sur la surface, les 8 gouttes ont un volume :

$$V_{AP} = 8\left(\frac{4}{3}.\pi.r^3\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$(1) = (2) \Leftrightarrow \frac{4}{3}.\pi.R^3 = 8\left(\frac{4}{3}.\pi.r^3\right) \Rightarrow R^3 = 8.r^3 \Rightarrow R = 2.r$$

Application numérique :

$$R = 5mm \Rightarrow r = \frac{5}{2} \Rightarrow R = 2{,}5\,mm \Rightarrow r = 2{,}5\,mm = 25.10^{-4}\ m$$

3. *Hauteur minimale :*

L'énergie totale, composée de l'énergie potentielle et l'énergie libre, du système est conservée, donc :

$$E_{TotaleAvant} = E_{TotaleAprès} \quad \text{.......... 1}$$

$$\left.\begin{array}{l} E_P = m.g.h \\ E_L = \sigma.S \end{array}\right\} \Rightarrow E_{Totale} = E_P + E_L \Rightarrow E_{Totale} = (m.g.h) + (\sigma.S) \quad \text{.......... 2}$$

1Pts

Les gouttes, avant ou après la tombée, sont supposées sphériques :

$$S = 4.\pi.r^2 \quad \text{.......... 3}$$

Par définition de la masse en fonction de la masse volumique :

$$\left.\begin{array}{l} \rho = \dfrac{m}{V} \\ V = \dfrac{4}{3}.\pi.r^3 \end{array}\right\} \Rightarrow m = \rho.V \Rightarrow m = \rho.\left(\frac{4}{3}.\pi.r^3\right) \quad \text{.......... 4}$$

On remplace par 3 et 4 dans 2, on aura :

$$E_{Totale} = \left(\rho.\left(\frac{4}{3}.\pi.r^3\right).g.h\right) + \left(\sigma.\left(4.\pi.r^2\right)\right)$$

Avant la tombée, la goutte a une énergie totale :

$$E_{TotaleAvant} = \left(\rho.\left(\frac{4}{3}.\pi.R^3\right).g.h_{Avant}\right) + \left(\sigma\left(4.\pi.R^2\right)\right) \quad \text{.......... 5}$$

Après la fragmentation sur la surface, les 8 gouttes ont une énergie :

$$E_{TotaleAprès} = \left(\rho.\left(8\left(\frac{4}{3}.\pi.r^3\right)\right).g.h_{Après}\right) + \left(\sigma.8\left(4.\pi.r^2\right)\right) \quad \text{.......... 6}$$

On remplace par 5 et 6 dans 1, en tenant compte de R=2r :

$$E_{TotaleAvant} = E_{TotaleAprès} \Leftrightarrow \left(\rho.\frac{4}{3}.\pi.(2r)^3.g.h_{Avant}\right) + \left(\sigma.4.\pi.(2r)^2\right) = \left(\rho.8.\frac{4}{3}.\pi.r^3.g.h_{Après}\right) + \left(\sigma.8.4.\pi.r^2\right) \Rightarrow h_{Avant} = \frac{3.\sigma}{2.r.\rho.g} + h_{Après}$$

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{l} \sigma = 73.10^{-3}\ N/m \\ \rho = 1000 Kg/m^3 \\ g = 10 N/Kg \\ r = 25.10^{-4} m \\ h_{Après} = 0m \end{array}\right\} \Rightarrow h_{Avant} = \frac{3*73.10^{-3}}{2*10^3*10*25.10^{-4}} + 0 \Rightarrow h_{Avant} = 4{,}38.10^{-3} m = 4{,}38\, mm$$

4. *Précision sur la surface :* 1Pts

La surface étant hydrophobe pour que la goutte tombée se fragmente sinon elle aura tendance à avoir des liaisons avec la surface et elle s'étale sur cette dernière.

Exercice 3

Une solution aqueuse renferme du sulfate de sodium Na_2SO_4 (MM=142g/mol).

1. *La quantité de Na_2SO_4 à dissoudre :*

$$Na_2SO_4 \rightleftharpoons 2Na^+ + SO^{-2}$$

Par application de la loi de Raoult (Cryoscopie) :

$$\Delta T_c = \beta.K_c.m_l \Longrightarrow m_l = \frac{\Delta T_c}{\beta.K_c} \quad \text{.......... 1}$$

Avec :

$$\Delta T_c = T_{c.solvant} - T_{c.solution}$$

Et par définition de la molalité et le nombre de mole :

$$\left.\begin{array}{l} m_l = \frac{n_{solut\ é}}{m_{solvant}} \\ n_{solut\ é} = \frac{m_{solut\ é}}{M_{solut\ é}} \end{array}\right\} \Longrightarrow m_l = \frac{m_{solut\ é}}{M_{solut\ é}.m_{solvant}} \quad \text{.......... 2}$$

Par égalité, on peut écrire :

$$\frac{\Delta T_c}{\beta.K_c} = \frac{m_{soluté}}{M_{soluté}.m_{solvant}} \Longrightarrow m_{soluté} = \frac{\Delta T_c.M_{soluté}.m_{solvant}}{\beta.K_c}$$

- Si le soluté est entièrement dissocié : β=1+α(γ-1)=> β=1+1(3-1)=3

Application numérique : 1Pts

$$\left.\begin{array}{c} T_{c.solvant} = 0°C \\ T_{c.solution} = -1{,}5°C \\ M_{solut\ é} = 142 g.mol^{-1} = 142.10^{-3} Kg.mol^{-1} \\ m_{solvant} = 400g = 400.10^{-3} Kg \\ \beta = 3 \\ K_c = 1{,}86\ °C.Kg.mol^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow m_{solut\ é} = \frac{(0-(-1{,}5))*142.10^{-3}*400.10^{-3}}{3*1{,}86}$$

$$\Rightarrow m_{soluté} = 0{,}153Kg$$

- Si ¼ des molécules seulement dissocié : β=1+α(γ-1)=> β=1+1/4(3-1)=3/2

Application numérique :

1Pts

$$\left.\begin{array}{c} T_{c.solvant} = 0°C \\ T_{c.solution} = -1{,}5°C \\ M_{soluté} = 142g.mol^{-1} = 142.10^{-3}Kg.mol^{-1} \\ m_{solvant} = 400g = 400.10^{-3}Kg \\ \beta = 3/2 \\ K_c = 1{,}86\ °C.Kg.mol^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow m_{soluté} = \frac{(0-(-1{,}5)) * 142.10^{-3} * 400.10^{-3}}{(3/2) * 1{,}86}$$

$$\Rightarrow m_{soluté} = 0{,}076Kg$$

2. <u>*La quantité de Na_2SO_4 qu'on doit dissoudre :*</u>

Par définition de la conductivité électrique, la concentration équivalente, la concentration molaire et la quantité de matière, on écrit :

$$\left.\begin{array}{c} \sigma = C_e\mu F_a = z.C_i.\mu.F_a = z.(n\alpha C_m).\mu.F_a \\ \sigma = \sigma^+ + \sigma^- \\ C_m = \frac{n}{V} \\ n = \frac{m}{M} \end{array}\right\} \Rightarrow m = \frac{\sigma.M.V}{\alpha.F_a[z^+.n^+.\mu^+ + z^-.n^-.\mu^-]}$$

2Pts

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{c} \sigma = 1500mS.cm^{-1} = 150S.m^{-1} \\ M = 142g.mol^{-1} = 142.10^{-3}Kg.mol^{-1} \\ V = 5L = 5.10^{-3}m^3 \\ \alpha = \frac{1}{2} \\ Fa = 96500C.mol^{-1} \\ z^+ = 1\ ;\ z^- = 2 \\ n^+ = 2\ ; n^- = 1 \\ \mu^+ = 40.10^{-9}m^2.V^{-1}.s^{-1} \\ \mu^- = 83.10^{-9}m^2.V^{-1}.s^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow m = \frac{150 * 142.10^{-3} * 5.10^{-3}}{\frac{1}{2} * 96500 * [1 * 2 * 40.10^{-9} + 2 * 1 * 83.10^{-9}]}$$

$$\Rightarrow m \cong 9Kg$$