Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de Technologie
Département LMD-ST. 2eme année

Année Universitaire 11/12

Module de Mécanique des Fluides

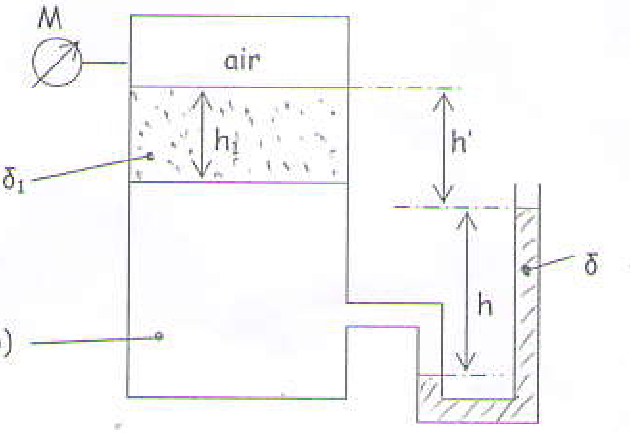
EXAMEN DE REMPLACEMENT

Exercice 1

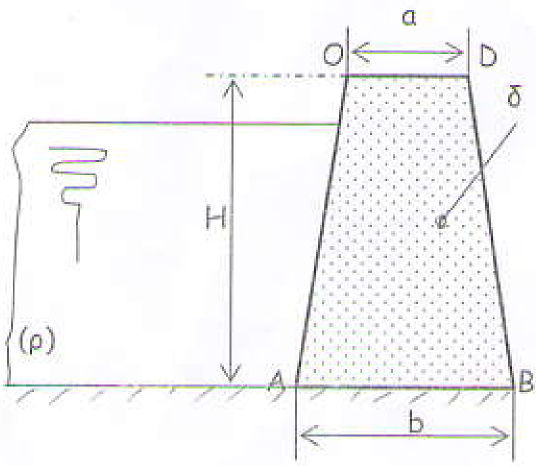
Dans le réservoir clos de la figure ci-contre, calculer la pression affichée par le manomètre M.

On donne :

$\rho = 10^3$ kg/m^3; $g = 9{,}81$ m/s^2 ;
$\delta = 13{,}6$; $\delta_1 = 0{,}8$; $h = 60$ cm ;
$h_1 = 40$ cm ; $h' = 50$ cm.



Exercice 2 (08 pts)



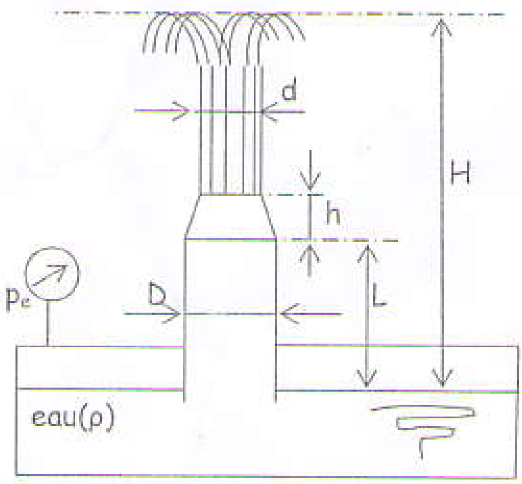
Un barrage-poids en béton de densité δ et de largeur l a une section droite en forme de trapèze isocèle ABDO tel que sur la figure ci-contre.

Calculer la hauteur maximale H à donner au barrage pour qu'il ne bascule pas autour de la droite passant par le point B.

On donne :

$\rho = 10^3$ kg/m^3 ; $g = 10$ m/s^2 ;
$a = 3$ m ; $b = 7$ m ; $\delta = 2{,}4$.

Exercice 3 (05 pts)



La figure ci-contre schématise un jet d'eau de diamètre initial d sortant d'une buse de hauteur h. Le jet est alimenté par un réservoir à niveau constant sous une pression effective p_e, à travers un tube vertical de diamètre D et de hauteur L.

Calculer le débit du jet et la hauteur H atteinte.

On donne :

$\rho = 10^3$kg/m^3 ; $g = 9{,}81$m/s^2 ; $p_e = 0{,}5$bar ;
$h = 25$cm ; $d = 125$mm ; $D = 50$cm ; $L = 2$m.

Questions de cours (03 pts)

Pour un écoulement plan permanent de fluide isovolume :

1°)- Donner la définition du débit volume.

2°)- Que représente l'équation de continuité ? Ecrire son expression.

3°)- Ecrire l'expression du potentiel complexe de l'écoulement, en explicitant les différents termes.

Durée 02 heures. Documents non autorisés

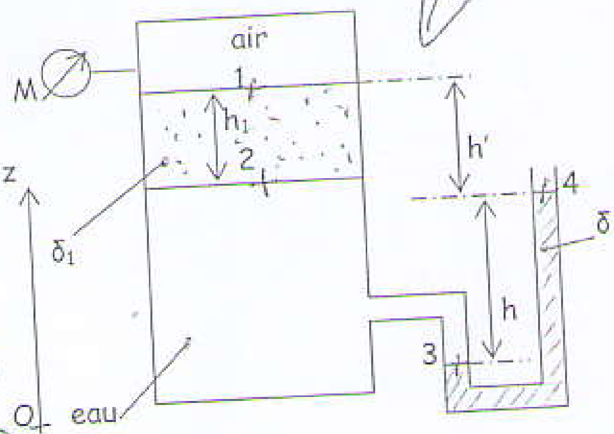
Année Universitaire 11/12

Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie. 2eme année
Module de Mécanique des Fluides

EXAMEN DE REMPLACEMENT
(Corrigé)

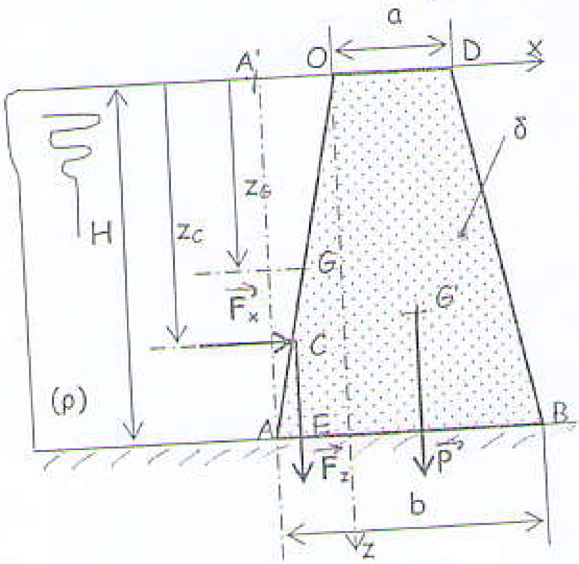
Exercice 1 (04 pts)

L'EFH appliquée aux points (1) à (4) pris deux à deux dans le même liquide s'écrit :



* Entre (1) et (2) dans δ_1 :
$$p_2 - p_1 = \rho\delta_1 g h_1 \qquad (a)$$
* Entre (2) et (3) dans l'eau :
$$p_3 - p_2 = \rho g h_2 \qquad (b)$$
* Entre (3) et (4) dans δ:
$$p_3 - p_4 = \rho\delta g h \qquad (c)$$
En additionnant membre à membre - (a) - (b) + (c),
on obtient : $p_1 - p_4 = \rho g(\delta h - \delta_1 h_1 - h_2)$
Or : $p_4 = p_{at}$ ===> $p_1 - p_4 = p_1 - p_{at} = p_{1e}$, affichée par le manomètre ====> $p_{1e} = \rho g(\delta h - \delta_1 h_1 - h_2)$
A.N. : $h_2 = h + h' - h_1 = 0{,}7$ m ; soit :
$$p_{1e} = 70043 \text{ Pa}$$

Exercice 2 (08 pts)



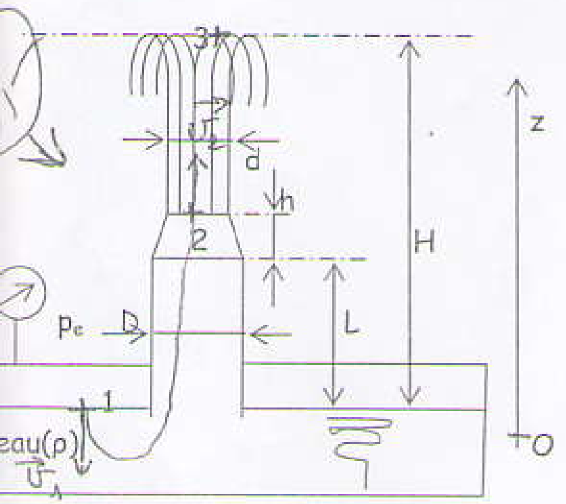
Soit $\vec{F}$ la poussée hydrostatique s'exerçant sur la surface AD, lorsque l'eau atteint le sommet du barrage. $\vec{F}$ a une composante horizontale notée $\vec{F}_x$ et une composante verticale notée $\vec{F}_z$.
On remarquera que $\vec{F}_x$ contribue au basculement du barrage alors que $\vec{F}_z$ contribue à la stabilité de celui-ci.

* Calcul de la composante $\vec{F}_x$
$F_x = \rho g z_G S_x$ avec $z_G = H/2$ et $S_x = Hl$ où l = largeur du barrage, soit : $F_x = \rho g H^2 l/2$, dirigée vers la droite et appliquée en C tel que : $z_C = 2H/3$
soit : $M_B(\vec{F}_x) = F_x.H/3 = (\rho g H^3 l)/6$

* Calcul de la composante $\vec{F}_z$
$F_z = \rho g V_e$ où V_e = volume d'eau contenu dans le prisme AOD $= Hl(b-a)/4$, soit :
$F_z = \rho g Hl(b-a)/4$, dirigée vers le bas et passant par le point E tel que $AE = (b-a)/6$ <===> $BE = (5b-a)/6$
soit : $M_B(\vec{F}_z) = F_z.BE = \rho g Hl(b-a)(5b-a)/24$.

Pour que le barrage ne bascule pas autour de la droite passant par B, il faut avoir :
$$M_B(\vec{F}_x) < M_B(\vec{F}_z) + M_B(\vec{P}) \qquad (1)$$
avec : P = poids du barrage $= \rho g\delta Hl(a+b)/2$ et $M_B(\vec{P}) = P.b/2 = \rho g \delta Hl(a+b)b/4$
$$(1) \iff (\rho g H^3 l)/6 < \rho g Hl(b-a)(5b-a)/24 + \rho g\delta Hl(a+b)b/4$$
$$\Longrightarrow H^2 < (b-a)(5b-a)/4 + 3\delta(a+b)b/2$$
A.N. $H < 16{,}85$ m

rcice 3 (05 pts)



* Calcul du débit Q_V

Le théorème de Bernoulli appliqué aux points (1) et (2) situés sur la même ligne de courant, donne :

$$p_1/\rho g + v_1^2/2g + z_1 = p_2/\rho g + v_2^2/2g + z_2$$

$$\Leftrightarrow (p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = (v_2^2 - v_1^2)/2g \quad \text{.........(a)}$$ (0,5)

Or, $p_2 = p_{at} \Rightarrow p_1 - p_2 = p_e$

et avec : $v_1 = 0$; $z_1 - z_2 = - L - h$ (0,5)

on obtient : $p_e/\rho g - L - h = v_2^2/2g$

Or, $v_2 = Q_V/S_2 = 4Q_V/\Pi d^2$, soit :

(0,5) $(8Q_V^2)/g\Pi^2 d^4 = p_e/\rho g - L - h$

$\Rightarrow Q_V = (\Pi d^2/2\sqrt{2})[p_e/\rho - g(L + h)]^{1/2}$ (0,5)

A.N. : $Q_V = 91,7.10^{-3} m^3/s$ (0,5)

* Hauteur H atteinte

Le théorème de Bernoulli appliqué aux points (1) et (3) s'écrit :

$$(p_1 - p_3)/\rho g + (v_1^2 - v_3^2)/2g = z_3 - z_1$$ (0,5)

Avec : $v_1 = v_3 = 0$; $p_3 = p_{at}$; $z_3 - z_1 = H$; on obtient :

(0,5) $H = p_e/\rho g$ A.N. : $H = 5,1 m$

(0,5) (0,5)

---

stions de cours (03pts)

1°)- Le débit volume est le volume de fluide qui traverse une surface S dans l'unité emps. Il s'écrit :

$$Q_V = \iint \vec{v}.\vec{n} ds$$ (1)

L'équation de continuité traduit la conservation de masse au cours de l'écoulement. Pour un lement plan permanent de fluide isovolume, elle s'écrit :

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$$ (1)

où (u,v) sont les composantes de la vitesse des particules fluides.

Le potentiel complexe est une fonction analytique de la variable complexe $z = x + iy$, qui s'écrit :

$$f(z) = \varphi(x , y) + i\Psi(x , y)$$ (0,5)

où : $\varphi(x , y)$ est le potentiel des vitesses

et $\Psi(x , y)$ est la fonction de courant de l'écoulement. (0,5)