Université de Bejaia
Département d'Informatique
Année universitaire 2019/2020
Module : Théorie des Langages

Série de TD1 (Une séance et demie)

Exercice 1 :

Soient les langages formels suivants :

$L1 = \{a^i\, b^j / i \geq j \geq 1\}$

$L2 = \{\omega \in \{a, b\}^+\}$

$L3 = \{\omega \in \{a, b\}^+ , |\omega|_a = |\omega|_b\}$

$L4 = \{a^i b^j a^2 c^k / i > 1, j \geq 2, k > 1 \}$

$L5 = \{\omega \in \{a, b\}^* / |\omega|_a \equiv 1\ [3]\}$

$L6 = \{a^i b^i / i \geq 1\}$

$L7 = \{\omega \in \{a, b\}^* / \exists \alpha, \beta \in \{a, b\}^+ \text{ tq} : \omega = \alpha^n \beta, n >= 2 \}$

Parmi les mots suivants, préciser quels sont ceux qui appartiennent à quels langages :

ε, a, abba, abbaacc, aba, aabb, abb.

Exercice 2 :

Soient les langages formels suivants :

$L\ 1 = \{a^i b^j , i \geq j \geq 1\}$

$L\ 2 = \{a, aa, \varepsilon\}$

$L\ 3 = \{b, ba\}$

$L\ 4 = \{\varepsilon\}$

$L\ 5 = \{\omega \in \{a, b\}^+ , |\omega|_a = |\omega|_b\}$

$L\ 6 = \{a^i b^i , i \geq 1\}$

Trouver les langages : $L2 .L3$, $L2 .L1$, $L1 .L3$, $L5 \cap L1$, $L6 \cup L5$, $L1.(L2 \cap L4)$, $L1 .(L2 \cap L3)$, $(L1 .L2)^R$, $(L1)^R .(L2)^R$.

Exercice 3 :

1. Montrer que la concaténation des langages n'est pas distributive par rapport à l'intersection.
2. Montrer que la concaténation des langages n'est pas idempotente.
3. Montrer que la longueur (notée |...|) est un homomorphisme de monoïdes de $(X^* ,. , \varepsilon)$ dans $(N,+ , 0)$, X étant un alphabet.

Université de Bejaia
Département d'Informatique
Année universitaire 2019/2020
Module : Théorie des Langages

Série de TD2 (3 séances)

Exercice 1 :
Soit G=(T,N,S,P) la grammaire ayant les règles de production suivantes :
$S \to 00S \mid Sb \mid a \mid \varepsilon$
1. Déterminer les paramètres de G.
2. Les mots : ε, 0b, 00b, 00ab, b, ab, 0aab appartiennent-ils à L(G).
3. Déterminer le langage L(G).

Exercice 2 :
On considère l'aiguille d'une montre qui tourne d'un quart de cercle à la fois (elle a 4 positions possibles : sur le 3, sur le 6, sur le 9 et sur le 12), soit dans le sens des aiguilles d'une montre (lettre 1), soit dans le sens opposé (lettre 0).
Initialement, l'aiguille de la montre est sur le 6.
Soit le langage L = ensemble des mouvements de l'aiguille qui se terminent à la position 12.
1. Les mots : 00,1100, 1000,1110, 11110, appartiennent-ils à L ?
2. Représenter L sous forme d'ensemble.
3. Trouver une grammaire qui génère L.

Exercice 3 :
Trouver des grammaires qui génèrent les langages suivants :
$L1 = \{a^{2i}b^i,\ i \geq 0\}$
$L2 = \{\omega \in \{a, b\}^*,\ |\omega|_a \equiv 0\ [3]\}$
$L3 = \{\omega\omega^R,\ \omega \in \{a, b\}^+\}$
$L4 = \{a^{j-i}b^jc^i,\ i \geq 0,\ j \geq 1\}$
$L5 = \{a^ib^jc^k,\ k > i \geq j \geq 0\}$
$L6 = \{a^ib^jc^k\ /k = \max(i, j),\ i, j \geq 0\}$
$L7 = \{\omega 0^j \omega,\ \omega \in \{a, b\}^*,\ j \geq 0\}$
$L8 = \{a^n,\ n = 2^i \text{ et } i \geq 1\}$

Exercice 4 :
Soient les grammaires suivantes définies par leurs règles de production:

G 1 :	$S \to aA \mid \varepsilon$	$A \to Sb$		
G 2 :	$S \to AB \mid \varepsilon$	$A \to aAb \mid ab$	$B \to bBc \mid bc$	
G 3 :	$S \to abS \mid Sbc \mid AB$	$A \to 0A \mid \varepsilon$	$0Bb \to 0bb$	
G 4 :	$S \to DAF$	$A \to aAC \mid \varepsilon$	$CF \to F\ Bc$	$cB \to Bc$
	$aF \to Fa$	$DF \to \varepsilon$	$aB \to ab$	$bB \to bb$

1. Trouver le type de chaque règle, puis déduire le type de la grammaire.
2. Déterminer le langage généré par chaque grammaire.

Université de Bejaia
Département d'Informatique
Année universitaire 2019/2020
Module : Théorie des Langages

Série de TD3 (3 Séances)

Exercice 1 :

Trouver des AEFs qui reconnaissent les langages suivants :

- $L1 = \{\varepsilon, a, ab\}$
- $L2 = \{a^i b^j c^{2k} , k, i \geq 0, j > 1\}$
- $L3 = \{\omega, \omega \in \{a, b\}^* , |\omega|a \equiv 0[3]\}$
- L4 = Les entiers naturels multiples de 3
- $L5 = ((a + ba^*)^+ + (ab + b^*))ab$
- $L6 = a(ab+ b^*)(aba)^*$

Exercice 2 :

Soit l'AEF généralisé A suivant :

A= (X, Q, I, F, δ) tel que : X={a, b}, Q={q0, q1, q2, q3, q4}, I=q0, F={q4} et δ(q0, aa)=q1, δ(q1 , b)=q2, δ(q1,b)=q3, δ(q2,aa)= q2, δ(q2,ε)=q3, δ(q2, a)=q5, δ(q3, ε)=q4, δ(q4, b)=q2.

1. Trouver l'AEF simple et déterministe équivalent à A.
2. Trouver l'AEF minimal équivalent à A .
3. Trouver le langage reconnu par l'AEF A.
4. Ecrire un algorithme qui reconnait le langage reconnu par A.
5. Trouver la grammaire régulière à droite qui génère le langage reconnu par A.
6. Trouver l'AEF miroir de l'AEF trouvé dans la question2.

Notons qu'on a étendu la définition, vue en cours, de la fonction de transition comme suit : $\delta : Q \times X^* \rightarrow Q$.

Exercice 3 :

Soient les langages suivants :

- $L\ 1 = \{a^i a^j , i \geq j \geq 1\}$
- $L\ 2 = \{a^i a^j , i, j \geq 1\}$
- $L\ 3 = \{a^i b^j c^{2k} , k, j \geq 0, i \geq 1\}$
- $L\ 4 = \{c^i b^j c^i b^j a^i , j \geq i \geq 1, k \geq 0\}$

1. Montrer que L2 est régulier.
2. Montrer, par le théorème de Nerode, que L3 est régulier.
3. Montrer que L1 n'est pas régulier.
4. Déduire que L4 n'est pas régulier.

Exercice 4 :

On considère un réseau constitué de deux parties, une partie sûre (protégée par un IDS) et une partie non sûre (Internet). Pour contrôler l'usage des machines sur le réseau, on installe sur chaque compte utilisateur un moniteur de sécurité qui observe les commandes suivantes :

- login :qui lance la session principale ;
- quit :qui ferme la session principale ;
- rlogin :qui permet d'ouvrir une connexion sur une machine du réseau protégé ;
- sshqui permet d'ouvrir une session (en cryptant les messages) avec une machine du réseau non protégé ;

• exit : qui permet de fermer une session rlogin ou une session ssh.

Principe de fonctionnement d’un moniteur de sécurité : Un moniteur de sécurité est un programme qui prend en entrée une politique de sécurité P (sous forme d’expression régulière ou AEF), il autorise uniquement l’exécution des séquences de commandes qui appartiennent au langage L(P).

Politique de sécurité P :
1. La session principale commence par login et termine par quit ;
2. Au cœur de la session principale on peut effectuer soit des sessions ssh, soit une session rlogin ;
3. On peut ouvrir au plus une session rlogin, qu’on doit fermer par exit ;
4. On peut ouvrir au plus deux sessions ssh à la fois, et on doit fermer chacune par exit.

Questions :
1. Énumérer les éléments de l’alphabet X, qui permettront de définir la politique P.
2. Donner deux exemples de séquences de commandes qui respectent P.
4. Trouver l'expression régulière qui décrit la politique de sécurité P.

Université de Bejaia
Département d'Informatique
Année universitaire 2019/2020
Module : Théorie des Langages

Série de TD4 (3 Séances)

Exercice 1 :

Soit la grammaire G(T, N, S, P) qui est définie par les règles de productions suivantes :

$S \rightarrow aAa \mid bBb \mid dC \mid \varepsilon$
$A \rightarrow B \mid aAa \mid \varepsilon$
$B \rightarrow A \mid bBb \mid \varepsilon$
$C \rightarrow aC \mid Cb$
$D \rightarrow aA \mid Db$

1. Trouver une grammaire réduite équivalente à G.
2. Transformer G en une grammaire propre.
3. Trouver le langage généré par G.

Exercice 2 :

Soit la grammaire G définie par les règles de production suivantes :

$S \rightarrow$ if c then S else S | if c then S | a.

1. Montrer que la grammaire G est ambiguë.
2. Montrer que le langage généré par G n'est pas ambigu.

Exercice 3 :

Soit la grammaire G(T, N, S, P) qui est définie par les règles de productions suivantes :

$S \rightarrow aA \mid bB$
$A \rightarrow bS \mid aAA \mid b$
$B \rightarrow aS \mid bBB \mid a$

1. Trouver une grammaire équivalente à G sous forme normale de Chomsky.
2. Trouver une grammaire équivalente à G sous forme normale de Greibach.
3. Trouver le langage généré par G.

Exercice 4 :

Soient les deux automates à pile $A1$ et $A2$ définis par leurs fonctions de transitions repectives $f1$ et $f2$ tel-que : La fonction $f1$ est définie par les transitions suivantes :

1. $z0q0a \rightarrow z0aq0$ 2. $aq0a \rightarrow aaq0$ 3. $aq0b \rightarrow aq1$ 4. $aq1b \rightarrow aq1$
5. $aq1a \rightarrow q2$ 6. $aq2a \rightarrow q2$ 7. $aq2 \rightarrow qfinal$ 8. $z0q2a \rightarrow z0q3$
9. $z0q3a \rightarrow z0q3$ 10. $z0q3 \rightarrow z0qfinal$ 11. $z0q0b \rightarrow z0q4$ 12. $z0q4b \rightarrow z0q4$
13. $z0q4a \rightarrow z0q3$ 14. $aq1 \rightarrow qfinal$

La fonction $f2$ est définie par les transitions suivantes :

1. $z0q0a \rightarrow z0aq0$ 2. $z0q0b \rightarrow z0bq0$ 3. $aq0a \rightarrow aaq0$ 4. $aq0b \rightarrow abq0$
5. $bq0a \rightarrow baq0$ 6. $bq0b \rightarrow bbq0$ 7. $aq0a \rightarrow q1$ 8. $bq0b \rightarrow q1$
9. $aq1a \rightarrow q1$ 10. $bq1b \rightarrow q1$ 11. $z0q1 \rightarrow z0qfinal$ 12. $z0q0 \rightarrow z0qfinal$

1. Déterminer les paramètres des deux automates.

2. Les Aàp $A1$ et $A2$ reconnaissent ils les mots suivants : a, b, ab, aab, abb, aabb.
3. Trouver les langages $L(A1)$ et $L(A2)$ reconnus par les automates $A1$ et $A2$ respectivement.
4. Calculer $L(A1) \setminus L(A2)$.
5. Trouver des grammaires algébriques reconnaissant les langages $L(A1)$, $L(A2)$ et $L(A1) \setminus L(A2)$.

Exercice 5 : Trouver des automates à pile qui reconnaissent les langages suivants :
L1 = $\{a^i, i \geq 0\}$
L2 = $\{a^{2i}b^i, i \geq 0\}$
L3 = $\{a^i b^j, i \geq j \geq 0\}$
L4 = $\{a^i b^j c^k, i \geq k \geq 0, j \geq 0\}$
L5 = $\{\omega 0^i 1^i \omega^R, \omega \in \{a, b\}^+ \text{ et } i \geq 0\}$

Exercice 6 :
1. Montrer que le langage $L1 = \{a^i b^j c^j b^i / \ i \geq 0, j \geq 1\}$ est algébrique.
2. Montrer que le langage $L2 = \{a^i b^i c^i / \ a^i b^i c^i \ i \geq 1\}$ n'est pas algébrique.
3. Déduire que le langage $L3 = \{\omega\omega, \omega \in \{a, b, c\}^* \}$ n'est pas algébrique.

Université de Bejaia
Département d'Informatique
Année universitaire 2019/2020
Module : Théorie des Langages

Série de TD 5 (3 séances)

Exercice 1 :

Évaluer la véracité des énoncés suivants, puis corriger les éventuelles erreurs.
— Les machines de Turing ne reconnaissent que les langages de type 1 ou de type 0.
— Il n'y a pas de relation d'équivalence entre la notion de problèmes décidables et langages décidables.
— Il n'existe aucun problème non décidable.
— Un langage semi-décidable est aussi décidable.
— Un langage est dit semi-décidable s'il existe un algorithme qui, pour un mot donné, répond toujours s'il appartient au langage ou pas.
— Si le complémentaire d'un langage L est décidable, alors L lui-même est aussi décidable.
— Si deux langages sont semi-décidables alors, leur intersection est décidable, mais pas leur union.
— Même si le complément d'un langage n'est pas décidable, celui-ci peut être quand même décidable.
— Les machines de Turing ne sont utilisées que comme machines qui évaluent l'appartenance de mots à un langage particulier.
— Dans les machines de Turing en mode accepteur, il est nécessaire de remettre la tête de lecture/écriture, à la fin du traitement, au début du ruban.
— Les machines de Turing sont un cas particulier des automates à bornes linéaires.
— Dans un ABL, la taille du ruban doit toujours être égale à la longueur du mot à reconnaître.
— Les langages de type 1 sont semi-décidables.
— Il existe des algorithmes qui résolvent des problèmes tellement complexes, qu'une machine de Turing ne pourra jamais résoudre.
— Il existe des algorithmes NP complets pour lesquels il existe des machines de Turing déterministes qui résolvent le même problème.
— La classe des problèmes P est toujours résolue par des machines de Turing non déterministes.

Exercice 2 :

Soient les deux machines de Turing $MT1$ et $MT2$ définies respectivement en mode accepteur et en mode calculateur, par leurs fonctions de transitions respectives $f1$ et $f2$ tel-que :
La fonction $f1$ est définie par les transitions suivantes :
1. $q0a \rightarrow aDq0$ 2. $q0b \rightarrow bDq0$ 3. $q00 \rightarrow 0Dq1$ 4. $q10 \rightarrow 0Dq1$
5. $q1a \rightarrow 0Gq2$ 6. $q1b \rightarrow 0Gq3$ 7. $q20 \rightarrow 0Gq2$ 8. $q30 \rightarrow 0Gq3$
9. $q2a \rightarrow 0Dq1$ 10. $q3b \rightarrow 0Dq1$ 11. $q1\# \rightarrow \#Gq4$ 12. $q40 \rightarrow 0Gq4$
13. $q4a \rightarrow aSqfinal$ 14. $q4b \rightarrow bSqfinal$
La fonction $f2$ est définie par les transitions suivantes :
1. $q0a \rightarrow aDq1$ 2. $q1a \rightarrow aDq0$ 3. $q0\# \rightarrow \#Gq2$ 4. $q1\# \rightarrow \#Gq3$
5. $q3a \rightarrow 1Gq3$ 6. $q2a\# \rightarrow 0Gq2$ 7. $q2\# \rightarrow \#Dqf$ 8. $q3\# \rightarrow \#Dqf$

1. Déterminer les paramètres des deux machines de Turing.
2. La machine de Turing *MT*1 accepte-t-elle les mots suivants :a00, ab0b, aabaa00aab, bbab0ba.
3. Exécuter les instructions de *MT*2 pour les mots suivants : a, aa, ε.
4. Trouver le langage *L*(*MT*1).
5. Déterminer la fonction calculée par la machine *MT*2.
6. Trouver une grammaire générant le langage *L*(*A*1).

Exercice 3 :
Trouver des machines de Turing qui acceptent les langages suivants :
L1 = $\{a^i b^i ;\ i \geq 0\}$
L2 = $\{a^{2i} b^i ,\ i \geq 0\}$
L3 = $\{a^i b^j c^k ,\ i \geq j \geq k \geq 0\}$
L4 = $\{\omega 0^i 1^i \omega^R ,\ \omega \in \{a, b\}^+ \text{ et } i \geq 0\}$
L5 = $\{\omega 1^i \omega ,\ \omega \in \{a, b\}^+ \text{ et } i \geq 1\}$

Exercice 4 :
Montrer qu'il existe un algorithme de complexité P qui calcule le carré d'un entier x. (L'exercice ne demande pas de trouver l'algorithme).

Exercice 5 :
Expliquer comment simuler le fonctionnement d'une machine de Turing avec un automate à deux piles, puis donner un exemple.

Exercice 6 :
Montrer, de deux façons différentes, que le langage $L = \{\omega a^n$, avec : $\omega \in \{1, 0\}^*$, $n = 2^i$ et $i = |\omega|\}$ est semi-décidable.

Exercice 7 :
Donner une machine de Turing qui calcule la fonction *f* suivante :
$f: \{a, b\}^+ \rightarrow \{0, 1\}$
$f(\omega) = 1$ *si abb* apparaît *dans* ω, 0 *sinon.*
Adapter votre machine de Turing pour inscrire en binaire le nombre d'occurrences de la chaîne bba.

Exercices supplémentaires

(NB : Les étudiants sont invités à résoudre ces exercices en dehors des séances de TD)

Exo-S1 : Montrer que la concaténation des langages est distributive par rapport à l'union.

Exo-S2 : Écrire une grammaire pour générer les identificateurs du langage Pascal.
On considérera qu'un identificateur est valide s'il commence par une lettre (majuscule ou minuscule) qui est éventuellement suivie d'une ou plusieurs lettres alphabétiques, chiffres et/ou tirets (_).

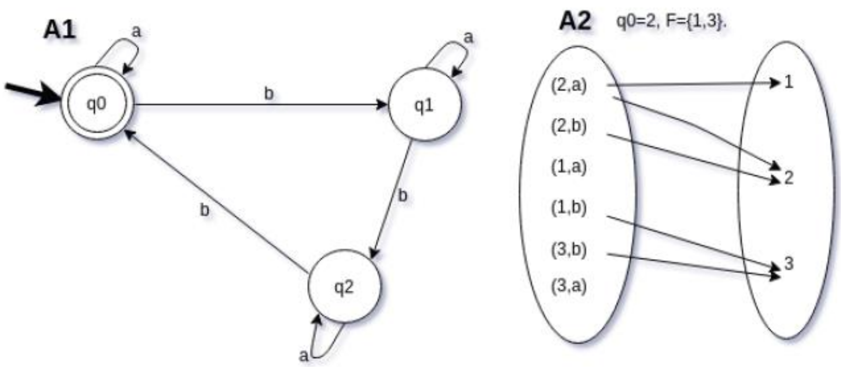
Exo- S3 : Écrire une grammaire pour générer les formules de la logique propositionnelle qui n'utilisent que les variables propositionnelles P et Q.

Exo- S4 : Trouver des grammaires qui génèrent les langages suivants :
LS1 = $\{a^i b^j a^2 c^k \text{ , } i \geq 0, j \geq 1, k > 0\}$
LS2= $\{a^i b^i c^i \ / \ i \geq 1\}$
LS3= $\{a^i b^j \ / \ i \neq j \text{ et } j,i \geq 0\}$
LS4= $\{a^i b^{i-2j} c^j \ / \ i,j \geq 1\}$
LS5= $\{a^i b^i c^{2i} \ / \ i \geq 1\}$
LS6 = $\{ \omega \ / \ \omega \in \{a, b\}^* \text{ et } \omega \text{ est un mot palindrome}\}$
LS7 = $\{ \omega\omega \ / \ \omega \in \{a, b\}^* \text{ et } \omega \text{ est un mot palindrome} \}$
LS8 = $\{\omega \ / \ \omega \in \{a, b\}^+ , |\omega|_a = |\omega|_b\}$
LS9= $\{ \omega \ / \ \omega \in \{a, b,c\}^+ , |\omega|_a \geq |\omega|_b \}$
LS10 = $\{ \omega \ / \ \omega \in \{a, b,c\}^+ , |\omega|_a \neq |\omega|_b \}$
LS11 = $\{a^i b^i c^k \ / \ ,i \geq 2k \geq 0\}$
LS12= $\{\omega 0^j \omega \ / \ \omega \in \{a, b\}^* , j \geq 0\}$
LS13= $\{b^i a^n \ / \ n= 2^i \text{ et } i \geq 0\}$
LS14= $\{\omega a^n \ / \ \omega \in \{a, b\}^* , |\omega| =i, n= 2^i \}$
LS15= $\{ \omega a^i b^i c^{2i} \omega \ / \ \omega \in \{a, b\}^{*} \text{ et } i \geq 1\}$

Exo-S5 : Déterminer le type des grammaires puis les langages qu'elles génèrent.

GS1 :	$S \rightarrow AS \mid B \mid \varepsilon$	$AB \rightarrow ab$		
GS2 :	$S \rightarrow 0S1 \mid aA \mid 010$	$A \rightarrow Aa \mid ab$		
GS3 :	$S \rightarrow abSc \mid abAc$	$A \rightarrow abAc$	$bAc \rightarrow \varepsilon$	
GS4 :	$S \rightarrow DMF$	$M \rightarrow aAM \mid bBM$	$Aaa \rightarrow aaA$	$Baa \rightarrow aaB$
	$Ab \rightarrow bA$	$Bb \rightarrow bB$	$AF \rightarrow Faa$	$BF \rightarrow Fb$
	$Daa \rightarrow aaD$	$Db \rightarrow bD$	$DF \rightarrow C$	$C \rightarrow aC \mid a$

Exo-S6 : Soient A_1,A_2 et A_3 trois AEFs définis respectivement par un graphe orienté étiqueté, une relation binaire et une matrice comme cela apparaît sur la figure.



A3 q0=1, F={3}.

	a	b	c
1	1	2	/
2	/	2	3
3	/	/	3

2. Pour chacun des AEF, dire s'il est simple et déterministe, simple et non déterministe, complet.

3. Représenter A_1 sous forme de matrice, A_2 sous forme de relation binaire et A_3 sous forme de graphe orienté étiqueté.
4. Trouver les langages reconnus par les trois AEF.

Exo-S7 : Trouver des AEFs qui reconnaissent les langages suivants :
• LS1 = { ε } .
• LS2 = {a} .
• LS3 = {a^i, i i≥0} .
• LS4 =Les nombres entiers pairs
• LS5 = Les nombres entiers divisible par 5.
• LS6 = Les nombres binaires impairs.
• LS7 = Les mots de $\{a, b\}^*$ ne contenant pas la chaîne bba.
• LS8 = Les identificateurs du langage Pascal.
• LS9 = $((a + ba^*)^+ .(ab + b^*))ab$
• LS10 = $a(ab+ b^*)+(aba)^*$
• LS11 = $((aba^*)^+ .(ab + b^*))ab$
• LS12 = $((bb^*)(ab+ b^*))^*(a^*ba)^*$

Exo-S8
Soit les AEF généralisés A1, A2 et A3 suivants :
• AEF $A_1 = (X, Q, I, F, \delta)$ tel que : X={a, b}, Q={q_0, q_1, q_2}, $I = q_0$, F={q_0} et $\delta(q_0, aa) = q_0$, $\delta(q_0, \varepsilon) = q_1$, $\delta(q_1, ab) = q_1$, $\delta(q_1, \varepsilon) = q_2$, $\delta(q_2, b) = q_0$.
• AEF $A_2 = (X, Q, I, F, \delta)$ tel que : X={a, b}, Q={q_0, q_1, q_2}, $I = q_0$, F={q_0} et $\delta(q_0, aa) = q_0$, $\delta(q_0, \varepsilon) = q_1$, $\delta(q_1, b) = q_1$, $\delta(q_1, b) = q_2$, $\delta(q_2, \varepsilon) = q_0$.
• AEF $A_3 = (X, Q, I, F, \delta)$ tel que : X={a, b}, Q={q_0, q_1, q_2, q_3}, $I = q_0$, F={q_2} et $\delta(q_0, a) = q_0$, $\delta(q_0, a) = q_1$, $\delta(q_1, a) = q_2$, $\delta(q_2, ba) = q_3$, $\delta(q_3, \varepsilon) = q_0$.
1. Trouver les AEF simples et déterministes équivalents à A1, A2 et A3.
2. Trouver les AEF minimaux équivalents à A1, A2 et A3.
3. Trouver les langages reconnus par les AEF A1, A2 et A3.
4. Ecrire un algorithme qui reconnait les langages reconnus par A1, A2 et A3.
5. Trouver les grammaires régulières à droite qui génèrent les langages reconnus par A1, A2 et A3.
6. Trouver les AEF miroirs de des AEF trouvés dans la question2.
Notons qu'on a étendu la définition, vue en cours, de la fonction de transition comme suit : $\delta : Q \times X^* \rightarrow Q$.

Exo-S9 : Un homme veut faire traverser une rivière pour un loup L, une chèvre C, et un choux X, l'homme possède une petite barque, elle est tellement petite que l'homme ne peut entrer dans la barque qu'avec un passager au plus. Sans la présence de l'homme, le loup mangera la chèvre et celle-ci mangera le chou.
Question : Trouver l'AEF qui fait traverser la rivière aux trois entités sans qu'aucune d'elles ne soient mangées.

Exo-S10 : On considère une girouette qui tourne d'un quart de cercle à la fois (elle a 4 positions possibles : est, ouest, sud et nord, soit dans le sens des aiguilles d'une montre (lettre a), soit dans le sens opposé (lettre b). Initialement, la girouette indique le sud. Soit L = ensemble des mouvements de la girouette qui se terminent en indiquant le nord.
1. Les mots : aa, aba, aabbab, abbbbb, appartiennent-ils à L ?
2. Représenter L sous forme d'ensemble.
3. Trouver un AEF simple et déterministe qui reconnaît les mots de L.

Exo-S11 : Déterminer si les langages suivants sont réguliers, algébriques ou ni réguliers ni algébriques. (Avec démonstrations)

LS1 = $\{a^i b^j a^2 c^k$, $i \geq 0, j \geq 1, k > 0\}$
LS2= $\{a^i b^i c^i$ / $i \geq 1\}$
LS3= $\{a^i b^j$ / $i \geq j \geq 0\}$
LS4= $\{a^i b^{i-2j} c^j$ / $i,j \geq 1\}$
LS5= $\{a^i b^i c^{2i}$ / $i \geq 1\}$
LS6 = $\{a^i b^i c^k$ / $,i \geq 2k \geq 0\}$
LS7= $\{\omega 0^j \omega$ / $\omega \in \{a, b\}^*$, $j \geq 0\}$
LS8= $\{ \omega a^i b^i c^i \omega$ / $\omega \in \{a, b\}^*$ et $i \geq 1\}$

Exo-S12 : Trouver des AàP reconnaissant les langages suivants :
LS1 = $\{a^i b^j a^2 c^k$, $i \geq 0, j \geq 1, k > 0\}$
LS2= $\{a^i b^i c^i$ / $i \geq 1\}$
LS3= $\{a^i b^j$ / $i \neq j$ et $j,i \geq 0\}$
LS4= $\{a^i$ / $i \geq 1\}$
LS5= $\{ \varepsilon \}$
LS6 = $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b\}^*$ et ω est un mot palindrome$\}$
LS7 = $\{\omega$ / $\omega \in \{a, b\}^+$, $|\omega|_a = |\omega|_b\}$
LS8= $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b,c\}^+$, $|\omega|_a \geq |\omega|_b \}$
LS9 = $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b,c\}^+$, $|\omega|_a \neq |\omega|_b \}$
LS10= $\{\omega 0^j \omega^R$ / $\omega \in \{a, b\}^*$, $j \geq 0\}$

Exo-S13 : Trouver des machines de turing reconnaissant les langages suivants :
LS1 = $\{a^i b^j a^2 c^k$, $i \geq 0, j \geq 1, k > 0\}$
LS2= $\{a^i b^i c^i$ / $i \geq 1\}$
LS3= $\{a^i b^j$ / $i \neq j$ et $j,i \geq 0\}$
LS4= $\{a^i$ / $i \geq 1\}$
LS5= $\{ \varepsilon \}$
LS6 = $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b\}^*$ et ω est un mot palindrome$\}$
LS7 = $\{\omega$ / $\omega \in \{a, b\}^+$, $|\omega|_a = |\omega|_b\}$
LS8= $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b,c\}^+$, $|\omega|_a \geq |\omega|_b \}$
LS9 = $\{ \omega$ / $\omega \in \{a, b,c\}^+$, $|\omega|_a \neq |\omega|_b \}$
LS10= $\{\omega 0^j \omega^R$ / $\omega \in \{a, b\}^*$, $j \geq 0\}$
LS12 = $\{ \omega 0 \omega$ / $\omega \in \{a, b\}^* \}$
LS13= $\{b^i a^n$ / $n = 2^i$ et $i \geq 0\}$