Université A.Mira de Béjaia - Faculté de Technologie
Département de Technologie -2ème année

Juin 2013

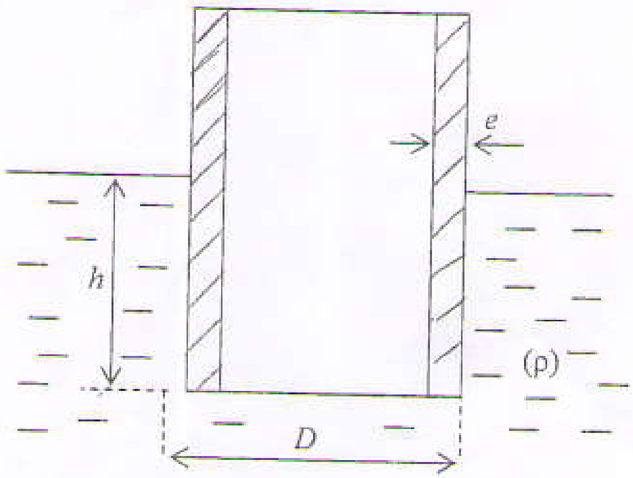
Examen MDF

Exercice 1 (05pts)

Un cylindre creux de hauteur H, de diamètre extérieur D et d'épaisseur e, flotte en position verticale dans un bassin d'eau (ρ).

1) Déterminer la hauteur d'immersion h si la densité du cylindre est $\delta = 7.6$
2) Si on introduit une quantité de sable dans le cylindre, quelle serait la masse nécessaire à introduire pour que toute la hauteur du cylindre soit immergée.

On donne : $\rho=10^3 kg/m^3$; $g=10m/s^2$; D=40cm; e=5mm; H=1m.

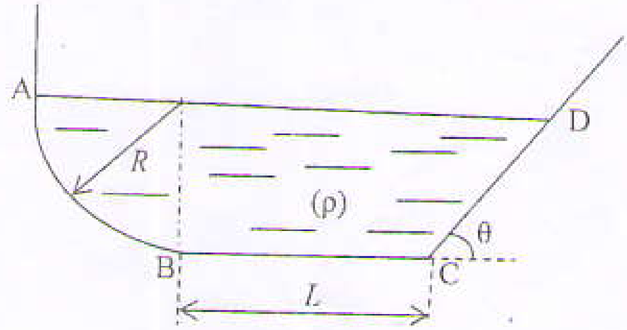


Exercice 2 (07pts)

Un réservoir ouvert de largeur unité ($\ell=1$)contient une quantité d'eau (ρ) avec une paroi mouillée AB en forme de quart de cercle de rayon R, comme indiqué sur la figure ci-contre..

1) Représenter et déterminer les forces de pression exercées par l'eau sur les parois du réservoir (AB, BC et CD).
2) Déduire le poids de l'eau dans le réservoir.

On donne : $\rho = 10^3 kg/m^3$; $g = 10m/s^2$; L=1.5m; R=1m, $\theta=30°$.

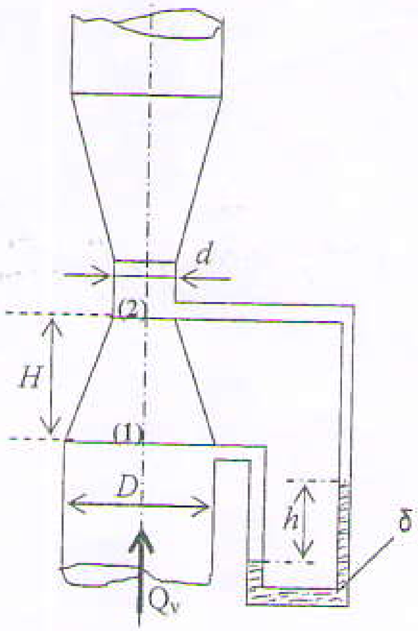


Exercice 3 (05pts)

Dans la conduite de la figure ci-contre, de l'eau s'écoule de bas en haut en l'absence de frottements visqueux.

1) Déterminer la chute de pression ($\Delta p= p_1-p_2$) dans le col
2) Déduire le débit d'eau dans la conduite.

On donne : $\rho = 10^3 kg/m^3$; $g = 10m/s^2$; $\delta = 13.6$; h = 35cm ; D = 30cm; d = 15cm; H= 40cm



Questions de cours : (03pts)

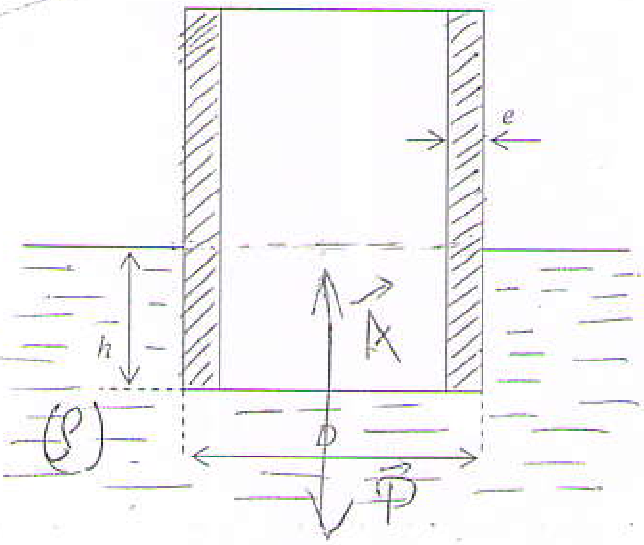
1) Dans le cas d'un écoulement quelconque de fluide de masse volumique ρ et de vecteur vitesse $\vec{V}$, l'équation de continuité est donnée par : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{V}) = 0$.

a) Que devient l'équation de continuité pour un écoulement incompressible ?

b) Ecrire l'équation correspondante dans un repère cartésien (x,y,z) où les composantes du champs de vitesse sont : u, v w.

2) Dans le cas d'un écoulement potentiel bidimensionnel (x,y) avec $\vec{V} = grad(\phi)$, donner la relation entre la fonction de courant ψ(x,y) et le potentiel de vitesse $\phi(x,y)$..

Corrigé de l'examen



Exercice N°1 : /05 pts

1) Cylindre en équilibre :

$\vec{A} + \vec{P} = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{A = P}$ — 0,5

$P = mg = \rho\delta V_s g$

V_s : volume de la matière solide.

$\Rightarrow V_s = \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (D-2e)^2\right]H = \pi(D-e)eH$

$\Rightarrow \boxed{P = \rho g\delta\pi(D-e)eH}$ — 0,5

$A = \rho g V_{im}$, $V_{im} = \frac{\pi D^2}{4}h$ — 0,5

$\Rightarrow \boxed{A = \rho g \frac{\pi}{4}D^2 h}$ — 0,5

D'où ; $\delta(D-e)eH = \frac{D^2}{4}h \Rightarrow \boxed{h = 4\delta\frac{(D-e)e}{D^2}H}$ 0,5

A.N : $\boxed{h \simeq 0{,}375\,m = 37{,}5\ cm}$ — 0,5

2) Si : $h = H$ avec : $A = P + Mg$ — 0,5

$\Rightarrow Mg = A - P$ et $A = \rho g\left(\frac{\pi D^2}{4}H\right)$ 0,5

$\Rightarrow M = \rho\pi H\left[\frac{D^2}{4} - \delta(D-e)e\right]$ 0,5

A.N : $\boxed{M = 78{,}5\ kg}$ 0,5

Exercice N°3 (05 pts)

1) Chute de pression $\Delta P = P_1 - P_2$

On applique l'E.F.H : 0,5

entre (1) et (1') : $P_{1'} - P_1 = \rho g (z_1 - z_{1'})$ — (1) 0,5

" (1') et (2') : $P_{1'} - P_{2'} = \rho \delta g h$ — (2) 0,5

" (2') et (2) : $P_{2'} - P_2 = \rho g (z_2 - z_{2'})$ — (3) 0,5

D'où : l'eq (1) – l'eq (2) – l'eq (3) donne :

0,5 $$P_2 - P_1 = \rho g \left[z_1 - z_{1'} - \delta h - z_2 + z_{2'} \right] = \rho g \left[-(z_2 - z_1) - \delta h + (z_{2'} - z_{1'}) \right]$$

Or : $z_{2'} - z_{1'} = h$ et $z_2 - z_1 = H$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta P = P_1 - P_2 = \rho g \left[H + (\delta - 1) h \right]}$$ 0,5

A.N : $\boxed{\Delta P = 48100\ Pa}$ 0,5

2) Le débit volumique Q_v

Application de l'éq de Bernoulli entre (1) et (2) donne :

$$P_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} = P_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2}$$ 0,5

$$\Rightarrow (P_1 - P_2) + \rho g (z_1 - z_2) = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

Or : $V_1 = \dfrac{4 Q_v}{\pi D^2}$, $V_2 = \dfrac{4 Q_v}{\pi d^2}$ 0,5

$$\Rightarrow Q_v^2 = \left[\frac{\Delta P}{\rho} - g H \right] \frac{\pi^2}{8 \left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_v = \pi \sqrt{\frac{\Delta P / \rho - g H}{8 \left(1/d^4 - 1/D^4 \right)}}}$$ 0,5

A.N : $Q_v = 0{,}171\ \frac{m^3}{s}$ 0,5

Questions de Cours : / 03 pts

1/ a) Equation de continuité pour un écoulement incompressible ($\rho = C^{ste}$) est :

$$div(\vec{V}) = 0 \quad 0{,}5$$

b) $$\vec{V} = \begin{bmatrix} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \end{bmatrix} \Rightarrow div(\vec{V}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad 0{,}5$$

2) Potentiel de vitesse $\phi(x,y)$ est donnée par :

$$0{,}5 \quad u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad 0{,}5$$

La fonction de courant est donnée par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad 0{,}5$$

D'où la relation entre ϕ et ψ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad 0{,}5$$