**Exercice 1 :**

Soit le programme linéaire P**λ** suivant :

Max Z= 4x**1**+ λ x**2**

x**1** + x**2** ≤ 10

2 x**1** + 6 x**2** ≤ 48

3 x**1** + x**2** ≤ 24

x**1**, x**2** ≥ N

1)- Résoudre graphiquement P**8**

**2**)- Résoudre P**λ.** Discuter selonλ l’existence de solution au programme linéaire P**λ.**

3)- Ecrire le programme Dual D de P**λ.**

**Exercice 2:**

Considérer un réseau informatique possédant 5 nœuds N1, N2, N3, N4, et N5 où l’on désire installer au nœud Ni un logiciel permettant de distribuer des instructions à chacun des autres nœuds de la manière suivante :

On renvoie un paquet de service à un nœud Ni (i différent de 1) qui contient les instructions et la liste ordonnée décrivant l’arbre suivant lequel les nœuds doivent être successivement informés. Ainsi, le nœud N1 reçoit le paquet et le transmet au nœud Nj (j ≠ i ≠ 1) et ainsi de suite.

Le dernier nœud renvoie le paquet au nœud N1 l’informant que tous les nœuds ont reçu leurs instructions de travail.

La matrice suivante résume les temps de transfert moyens entre les différents nœuds.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | N1 | N2 | N3 | N4 | N5 |
| N1 | - | 11 | 7 | 13 | 11 |
| N2 | 5 | - | 13 | 15 | 15 |
| N3 | 13 | 15 | - | 23 | 11 |
| N4 | 9 | 13 | 5 | - | 3 |
| N5 | 3 | 7 | 7 | 7 | - |

On désire constituer la liste ordonnée (circuit partant du nœud N1et retournant à N1) des nœuds qui minimisent le temps moyen total de transfert des messages.

1)- Modéliser ce problème comme un graphe G=(X,U) où les ensembles X et U doivent être explicités.

2)- Quelle application connue reconnaissez-vous ?

3)- Résoudre ce problème en utilisant l’heuristique appropriée.

**Exercice 3:**

Résoudre graphiquement les programmes linéaires en nombres entiers suivant :

a)- Max Z= x**1**+ x**2**

2 x**1** + 5 x**2** ≤ 11

x**1**, x**2** ∈ N

b)- Max Z= 10 x**1**+ x**2**

2 x**1** + 5 x**2** ≤ 11

x**1** ≤ 5

x**1**, x**2** ∈ N

c)- Max Z= 10 x**1**+ x**2**

2 x**1** + 5 x**2** ≤ 11

x**1** ≤ 5

x**2** ≥ 1

x**1**, x**2** ∈ N

**Exercice 4:**

Soit le programme linéaire en nombres entiers (P) suivant :

Max Z= 3x**1**+ x**2**

5x**1** + x**2** ≤ 12

2x**1**+ x**2** ≤ 8

x**1**, x**2** ∈ N

1)- Dessinez le polyèdre convexe associé au système de contraintes du programme (P) puis résoudre graphiquement le programme linéaire (Q) associé ?

2)- Résoudre (P) par l’algorithme de Branch-and-Bound en utilisant la règle de séparation sur la variable ayant la plus grande partie fractionnaire et la stratégie ‘‘profondeur d’abord’’. Donner l’arborescence optimale des solutions ?

3)- Le tableau optimal du simplexe du programme linéaire (Q) associé à (P) obtenu après relaxation de la contrainte d’intégrité des variables est :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Base | B | x1 | x2 | e1 | e2 |
| x1 | 4/3 | 1 | 0 | 1/3 | -1/3 |
| x2 | 16/3 | 0 | 1 | -2/3 | 5/3 |
| ∆j | -28/3 | 0 | 0 | -1/363 | -2/3 |

Où e**1**, e**2** sont les variables d’écarts associées aux contraintes respectives de (P).

En utilisant la règle de branchement sur la variable ayant la plus faible des pénalités, quelle est la variable la plus indiquée pour la séparation et qu’elle branche ? Justifiez ?

4) a)- Quelles sont toutes les coupes que l’on peut générer sur la variable x**2**. Déterminer la meilleure ?

b)- Continuer la résolution de (P). Interprétez graphiquement.

5)- Dites comment on procède pour résoudre (P) par Branch-and-Cut ? On donnera toutes les étapes réalisées par cette approche. Comparer ?

**Exercice 5:**

a)- Montrer graphiquement que le programme suivant n’a pas de solution :

Max Z= 2x**1**+ x**2**

10 x**1** + 10 x**2** ≤ 9

10 x**1**+ 5 x**2** ≥ 1

x**1**, x**2** ∈ N

Faire les vérifications par

b)- Branch-and-Bound (donner l’arborescence des solutions)

c)- Méthode des coupes