

Examen des statistiques descriptives et introduction à la théorie des probabilités

Exercice 1.

La série d'observations suivante donne le nombre d'athlètes médaillés d'or, lors des jeux olympiques, dans chaque pays parmi les 50 participants.

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 5 5

- 1) Déterminer la population étudiée et sa taille.
- 2) Déterminer le caractère étudié et sa nature.
- 3) Donner le tableau statistique de cette distribution.
- 5) Représenter graphiquement cette distribution.
- 4) Calculer les fréquences cumulées croissantes et représenter les graphiquement.
- 5) Calculer le mode, la médiane, le premier, le troisième quartile et l'intervalle interquartile .

Exercice 2.

On donne la série suivante correspondant à la répartition des entreprises du secteur automobile en fonction de leur chiffre d'affaire en millions de dinars.

Chiffre d'affaire	[0 , 0.5[[0.5 , 1[[1 , 1.5[[1.5 , 2[[2 , 2.5[[2.5 , 3[
Nombre d'entreprises	190	166	172	214	160	98

- 1) Construire l'histogramme des fréquences.
- 2) Construire la courbe cumulatives croissante.
- 3) Calculer la médiane et la proportion d'entreprises dont le chiffre d'affaire est supérieur à 3 millions de dinars.
- 4) Calculer le chiffre d'affaire moyen et l'écart-type de la série.

Exercice 3.

Un sac contient 10 boules rouges, 6 boules noires et 4 boules jaunes.

Chacune de ces boules a la même probabilité d'être tirée. On tire une boule au hasard.

- 1) Calculer la probabilité pour que cette boule soit rouge.
- 2) Calculer la probabilité pour que cette boule soit noire ou jaune.
- 3) Calculer la somme des deux probabilités trouvées aux deux questions précédentes. Le résultat était-il prévisible? Justifier.
- 4) On ajoute dans ce sac des boules bleues.

Le sac contient alors 10 boules rouges, 6 boules noires, 4 boules jaunes et les boules bleues. On tire une boule au hasard.

Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est égale à $1/5$, calculer le nombre de boules bleues.

exo 14

1) La population étudiée est l'ensemble des pays participants aux jeux olympiques $(0,1)$
de taille : 50 $(0,1)$

2) La variable étudiée est le nombre d'athlètes médaillés d'or $(0,1)$

3)

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	10	10	15	8	5	2
f_i	0,2	0,2	0,3	0,16	0,1	0,04

$(0,1)$

4)

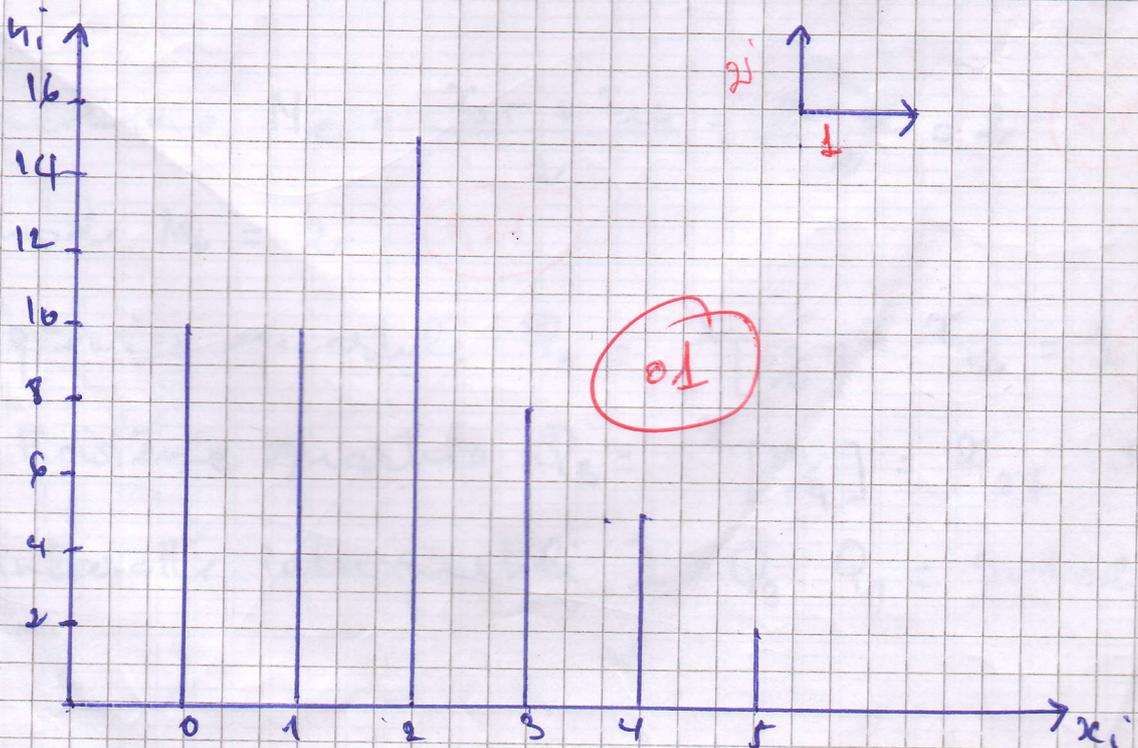
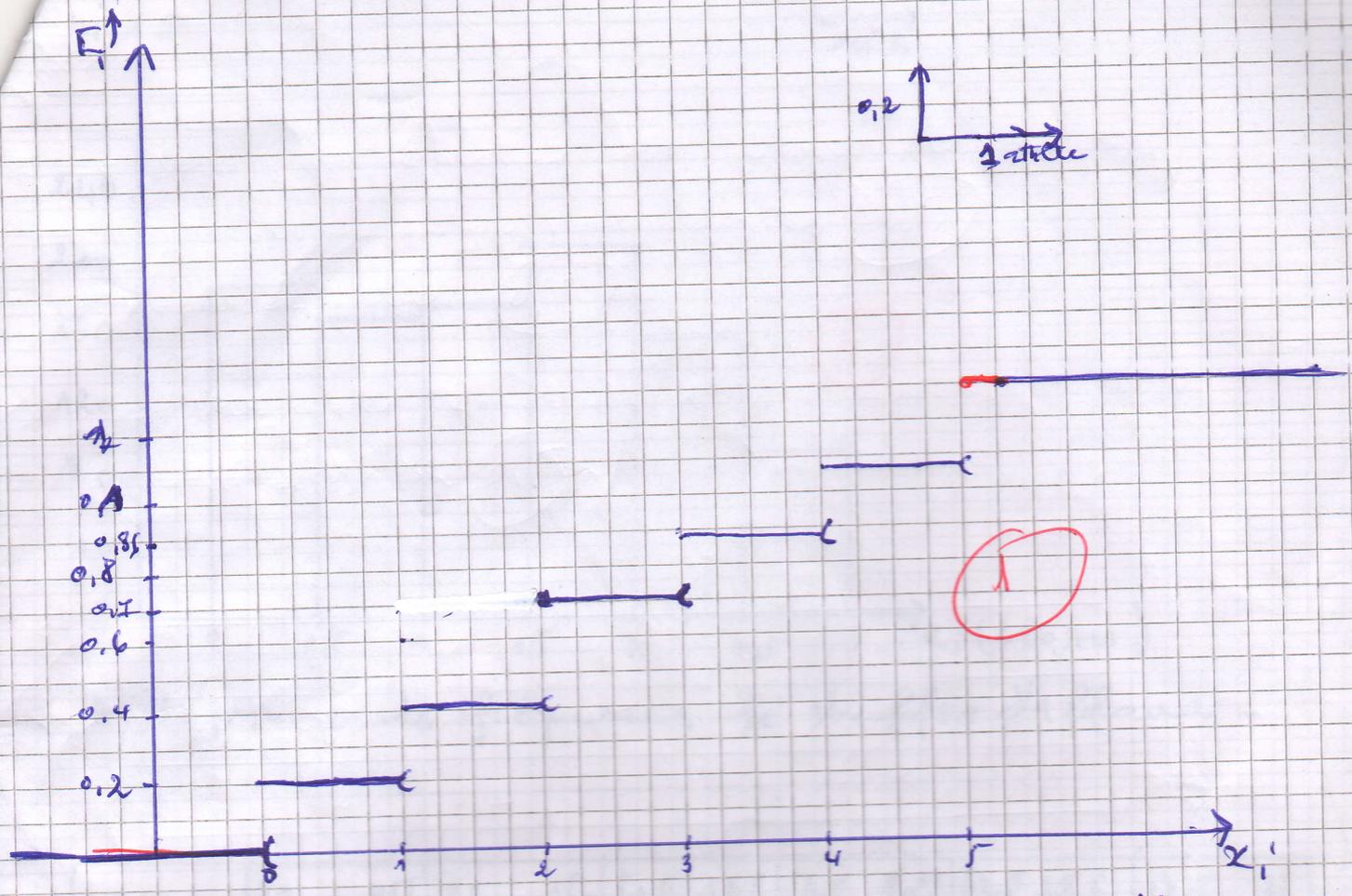


Diagramme en bâton associé au nombre d'athlètes médaillés d'or

F_i^*	0,2	0,4	0,7	0,86	0,96	1
---------	-----	-----	-----	------	------	---

0,5



- Courbe cumulative associée à la variable X -

b) la médiane $M_e = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$ 0,5

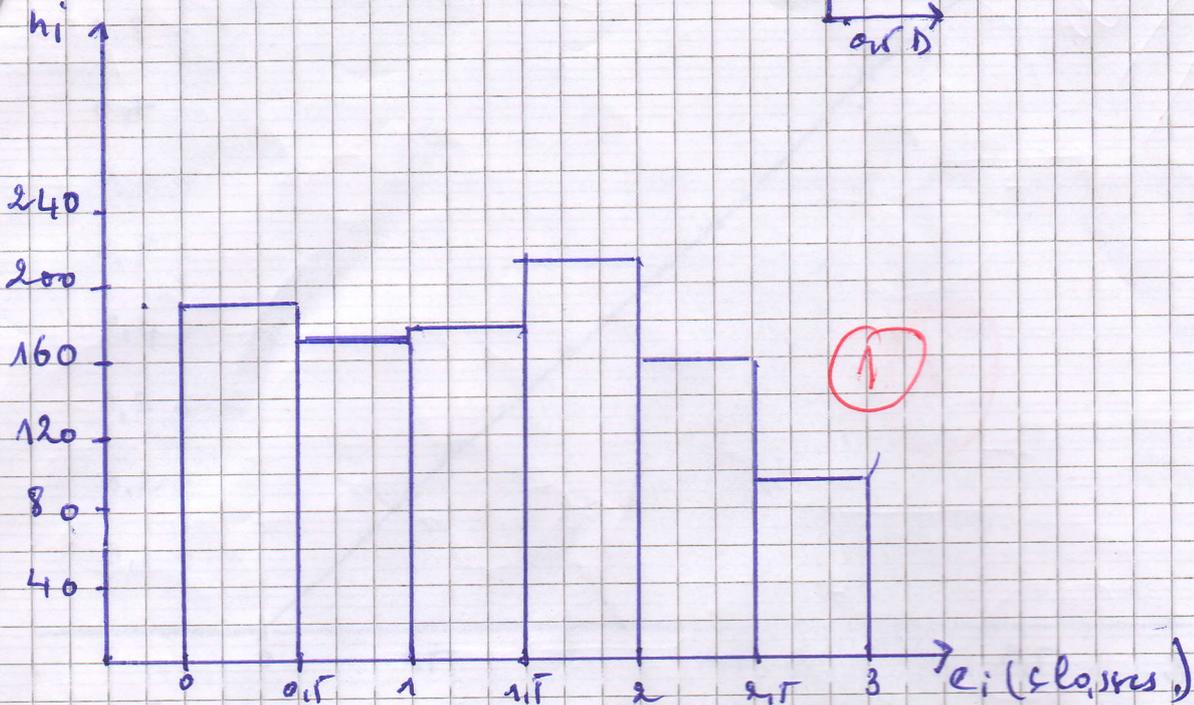
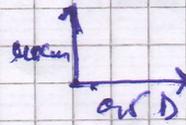
• le mode $M_o = 2$ 0,25

• la première quartile $Q_1 = x_{[50/4]} = x_{12} = 1$ 0,25

• la troisième quartile $Q_3 = x_{[300/4]} = x_{75} = 3$ 0,25

• L'intervalle inter quartile $I = Q_3 - Q_1 = 3 - 1 = 2$ 0,25

2,08 pt



- Histogramme des fréquences de chiffre d'affaire -

2)

classe e_i	$[0, 0.5[$	$[0.5, 1[$	$[1, 1.5[$	$[1.5, 2[$	$[2, 2.5[$	$[2.5, 3[$
f_i	0,19	0,166	0,172	0,214	0,16	0,098
F_i^{\uparrow}	0,19	0,356	0,528	0,742	0,902	1

1)

ona $F(x) = \frac{f_{i+1}}{a_i} (x - e_i) + F_i^{\uparrow}$

$x \in [e_i, e_{i+1}[$

et donc

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0,38x & 0 \leq x < 0,5 \\ 0,332x + 0,024 & 0,5 \leq x < 1 \\ 0,344x + 0,012 & 1 \leq x < 1,5 \\ 0,428x - 0,114 & 1,5 \leq x < 2 \\ 0,32x + 0,102 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

2)

$x < 0$

$0 \leq x < 0,5$

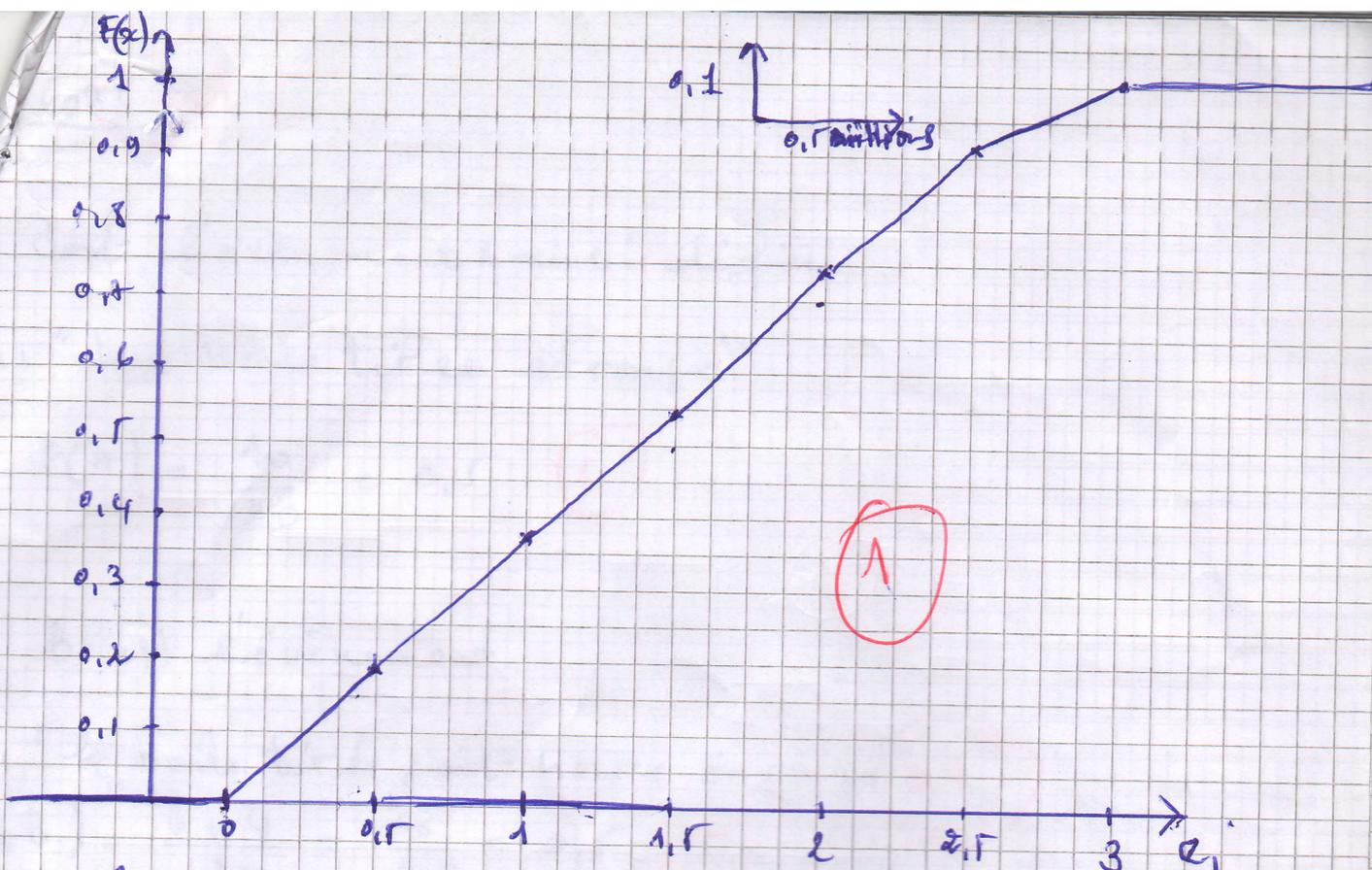
$0,5 \leq x < 1$

$1 \leq x < 1,5$

$1,5 \leq x < 2$

$2 \leq x < 3$

$x \geq 3$



Courbe cumulative associée à la variable chiffre d'affaire en million de dinars -

3) La classe médiane est $[1, 1,5[$ ($F(x) \geq 0,5$).

* la médiane $Me = x_i + \frac{a_i}{f_{i+1}} (0,5 - F_i)$ $[x_i, x_{i+1}[$

$$= 1 + \frac{0,5}{0,112} (0,5 - 0,356)$$

$$= 1,419 \text{ Millions. } \textcircled{1}$$

* la proportion d'entreprise dont le chiffre d'affaire est inférieur à 2,4 million, est

$$F(2,4) = 0,52 (2,4) + 0,102 = 0,87 \textcircled{1}$$

4) le chiffre moyen $\bar{x} = \sum f_i c_i = 1,3894$, c_i le centre de classe.

c_i	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75
-------	------	------	------	------	------	------

l'écart type $\sigma(x) = \sqrt{\text{var}(x)} = \sqrt{\sum f_i c_i^2 - \bar{x}^2} = 0,922015 \textcircled{0,5}$

2033 opt

1) Soit l'événement A ainsi défini

A : "La boule tirée est rouge"

$$P(A) = \frac{10}{20} = 0,5 \quad (1)$$

2) B est l'événement

B : "la boule tirée soit noire ou rouge" $0,5$

$$P(B) = \frac{6+4}{20} = \frac{10}{20} = 0,5 \quad (1)$$

$$3) P(A) + P(B) = 1.$$

Le résultat est prévisible, en effet.

A et B sont deux évts contraires (1)
donc la somme $P(A) + P(B) = 1$

4) soient les événements,

C : "boule tirée est bleue" $0,5$

D : "la boule tirée est soit rouge, noire ou rouge"

$$\text{on a } P(C) = \frac{1}{2} \text{ et } P(D) = \frac{20}{\text{nombre totale de boules}}$$

$$P(D) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = \frac{20}{20}$$

Donc, le nombre de boules bleues est $(5) \quad (0,1)$