

## EMD de S2 :

### Examen de remplacement, Analyse 4 De 16h à 17h30

---

#### Exercice 1. (3pts)

Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  une application. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Un point  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  pour lequel  $rt - s^2 = 0$  ne peut pas être un maximum pour  $f$ .
2. Si un point  $(a, b)$  est un minimum pour  $f$  alors en ce point, on a  $rt - s^2 > 0$  et  $r > 0$ .
3. L'application  $f$  est de classe  $C^2$  si et seulement si toutes ses dérivées croisées d'ordre deux sont égales.

#### Exercice 2. (9pts)

1. Soit l'application  $f$  définie par

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 3$$

- (a) Déterminer les points minimaux de  $f$ .
  - (b) Vérifier que le point  $(1, 0)$  n'est pas un maximum globale pour  $f$ .
  - (c) Montrer que le point  $(1, 0)$  n'est pas un maximum locale pour  $f$ .
2. Montrer que le fonction  $g$  définie ci-dessous admet un unique minimum global :

$$g(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 3$$

#### Exercice 3. (8pts)

Etudier la convergence des intégrales suivantes :

$$1) \int_1^{+\infty} t^p e^{-\sqrt{t}} dt, p > 0; 2) \int_1^{+\infty} \frac{\ln \sqrt{t}}{t-1} dt, 3) \int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{t}}{t^p+1} dt, p > 0; 4) \int_1^{+\infty} \frac{\cos t \sqrt{t}}{t^2} dt.$$

Bon courage