RESUME DU COURS

Travail et Energie

- **Le travail d'une force**
- Le travail d'une force $\vec{F}$ constante sur un déplacement rectiligne AB est égal au produit scalaire du vecteur force par le vecteur déplacement :

$$\vec{F} = \overrightarrow{Cste} \; sur \; \overrightarrow{AB} \rightarrow W_{A\rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.cos\alpha$$

Où α est l'angle que fait $\vec{F}$ avec $\overrightarrow{AB}$

- Le travail élémentaire dW, effectué par une force $\vec{F}$ sur une masse ponctuelle m, pendant un déplacement élémentaire $\overrightarrow{dr}$, est défini par :

$$dW = \vec{F}.\overrightarrow{dr}$$

- Le travail total W nécessaire pour déplacer m le long d'un chemin C entre deux points A et B est :

$$W = \int dW = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dr}$$

- Seule la composante de la force parallèle au déplacement $(\vec{F} \parallel \overrightarrow{dr})$ intervient dans le calcul du travail.
- L'unité de travail dans le système SI, est le $Joule = Nm$.
- Lorsque la force s'oppose au déplacement la force est résistante et le travail est négatif.
- Lorsque la force est motrice, le travail est positif.
- Il n'y a pas de travail $(W = 0)$ lorsqu'il n'y a pas de déplacement de l'objet (r=0) où lorsque la force est perpendiculaire à la direction du mouvement $(\vec{F} \perp d\vec{r})$. La force ne contribue pas alors au déplacement de l'objet.
- **La puissance d'une force :** la puissance instantanée $P(t)$ d'une force $\vec{F}$ est définie par :

$$P(t) = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

Son unité en système SI est le $Watt \equiv JS^{-1}$, symbole (W).

- **L'énergie cinétique :** l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m, vitesse v (par rapport à un référentiel d'étude) est définie par :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

- **Théorème de l'énergie cinétique :** Dans un référentiel Galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un point matériel, soumis à un ensemble de forces extérieures, entre une position A et une position B, est égale à la somme des travaux de ces forces entre ces deux points :

$$\Delta E_c = E_c(A) - E_c(B) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{ext})$$

- **L'énergie potentielle :** c'est une énergie qui ne dépend que de la position de l'objet dans l'espace (position initiale A et position finale B), et ne dépend pas de son mouvement.
- **Force conservative et variation d'énergie potentielle :** le travail d'une force conservative ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'état initial (A) et final (B).

La variation de l'énergie potentielle entre deux points A et B est égale à l'opposé du travail de la force conservative entre ces deux points.

$$\sum W_{A\to B}\left(\vec{F}_C\right) = E_P(A) - E_P(B) = -\left(E_P(B) - E_P(A)\right) = -\Delta E_P$$

Où E_P est l'énergie potentielle et $\vec{F}_C$ les forces conservatives. On dit que la force $\vec{F}$ dérive de l'énergie potentielle E_p. D'une manière générale :

$$E_p(\vec{r}) = -\int \vec{F}_c(\vec{r}).\overrightarrow{dr} + C \Leftrightarrow dW\left(\vec{F}_c\right) = -dE_p$$

On montre également que :

$$\vec{\mathrm{F}}_\mathrm{C} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathrm{E}_\mathrm{P} \Rightarrow \overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{F}}_\mathrm{C} = \vec{0}$$

L'énergie potentielle est définie à une constante additive prés. Il est donc nécessaire de clarifier l'origine des énergies potentielles. Par conséquent, l'énergie potentielle peut être positive ou négative.

- **Energie de potentielle de pesanteur :**

$$\mathrm{E}_{\boldsymbol{p}}(\mathrm{z}) = \mathrm{mgz} + \mathrm{C}$$

Où z est une hauteur.

- **Energie de potentielle élastique :**

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2$$

Où $x = \Delta l = l - l_0$ est l'allongement ou la compression du ressort et k la constante de raideur du ressort.

- **L'énergie mécanique :** elle est égale à la somme des énergies potentielles et de l'énergie cinétique

$$\mathrm{E}_\mathrm{M} = \mathrm{E}_\mathrm{C} + \mathrm{E}_\mathrm{P}$$

- **Théorème de l'énergie mécanique :**

La variation d'énergie mécanique d'un point matériel entre deux points A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures non-conservatives appliquées à ce point.

$$\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = \sum W\left(\vec{F}_{NC}\right).$$

Où $\vec{F}_{NC}$ sont les forces non-conservatives.

- **Conservation de l'énergie mécanique :**

On dit dans ce cas que le système conservatif. L'énergie mécanique est constante :

$$E_M = C \Longrightarrow \frac{dE_M}{dt} = 0 \Rightarrow \Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = 0 \Rightarrow E_M(B) = E_M(A)$$

- **Exemples des forces conservatives :** le poids, la force élastique, la force gravitationnelle, la force électrique.
- **Exemple d'une force non-conservative :** force de frottement solide et fluide.