Corrigé De L'Exercice1. Calcul de la dérivée f' :

■ $f'(x) = [(x^3 + x^2)^8]' = (24x^2 + 16x)(x^3 + x^2)^7$.

■ $f'(x) = \left(\frac{x^3+2x}{x^2-1}\right)' = \frac{x^4-5x^2-2}{(x^2-1)^2}$.

■ $f'(x) = \left(\sqrt{x^4 + 2x}\right)' = \frac{2x^3+1}{\sqrt{x^4+2x}}$.

■ $f'(x) = (xe^{-x})' = (1 - x)e^{-x}$.

■ $f'(x) = (x^2 \ln(x^2 + 1))' = 2x \ln(x^2 + 1) + \frac{2x^3}{x^2+1}$.

■ $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Corrigé De L'Exercice2.

On a la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$.

1. Calcul de la première dérivée f' et l'étude de son signe.

La dérivée. $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$.

Son signe. On a $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2(2x - 3) = 0 \Longrightarrow x = 0 \ ou\ x = \frac{3}{2}$.

Et le tableau suivant nous donne le signe de f' sur le domaine de définition de f:

x	$-\infty$ $\quad$ 0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$signe\ de\ f'$	$-$	$-$	$+$

2. Les intervalles sur lesquels f est croissante, décroissante.

Du tableau, on a f est décroissante sur $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$ et croissante sur $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$.

3. Les extremums de f.

f admet un seul extremum – un minimum – au point $x = \frac{3}{2}$, sa valeur $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{11}{16}$.

Corrigé de l'exercice4 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = e^{-x^2/2}$

1. La deuxième dérivée f'' : on a $f'(x) = -xe^{-x^2/2}$. Donc $f''(x) = (x^2 - 1)e^{-x^2/2}$. Son signe: $f''(x) = 0$ si $x^2 - 1 = 0$. Ce qui nous donne $x = 1$ ou $x = -1$. D'où le tableau suivant :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f''	$+$	$-$	$+$	

2. Du tableau, on a : f est convexe sur $]-\infty, -1]$ et $[1, +\infty[$, et concave sur $[-1,1]$.
3. De plus f admet deux points d'inflexion : $\left(-1, e^{-1/2}\right)$ et $\left(1, e^{-1/2}\right)$.