

# TP1

## Convection naturelle en cavité carrée

### Sommaire

1. But du T.P.....	2
2. Introduction .....	2
3. Modélisation du problème.....	2
a. Description physique .....	2
b. Formulation mathématique.....	3
i. Hypothèses simplificatrices .....	3
ii. Forme dimensionnelle des équations.....	3
4. Travail demandé .....	4
5. Référence de comparaison.....	5
6. Propriétés thermophysique de l'air à pression atmosphérique .....	7
7. Nomenclature .....	8
8. Références Bibliographiques .....	9

## 1. But du T.P

Le but du TP est de comparer les résultats de Fluent à ceux des références proposées.

Nous étudierons le cas un transfert de chaleur par convection naturelle, dans une enceinte de forme carrée dont les parois actives sont verticales. Nous nous focaliserons principalement sur la distribution de température, l'intensité de l'écoulement et le flux de chaleur ceci représenté respectivement à travers les isothermes, les fonctions de courant et le nombre de Nusselt.

## 2. Introduction

L'étude du transfert de chaleur par convection naturelle dans les cavités a suscité l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine s'étendent sur plus d'un siècle. L'intérêt de telles études réside dans leur implication dans de nombreuses application industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs... etc. Un nombre considérable de travaux a été entrepris tant sur le plan numérique qu'expérimental et porte essentiellement sur la description des phénomènes gérant la convection et l'effet de certains paramètres de forme sur les transferts de chaleurs. Le phénomène de convection dans les enceintes est aussi varié qu'il existe de géométries d'enceintes, de condition aux limites (dynamique et thermiques) et de leurs orientations. Dans ce présent travail, notre attention se limitera uniquement à l'étude d'une enceinte chauffée latéralement et avec une géométrie cartésienne étudié pour la première fois 1983 par De Vahl Davis.

Notre objectif est de reproduire les résultats d'une référence à l'aide du logiciel CFD Fluent.

## 3. Modélisation du problème

### a. Description physique

La géométrie et les conditions aux limites du problème traité sont représentées sur la (Figure.1). Le modèle physique supposé plan (x, y) est schématisé par une cavité carrée remplie d' air dont les propriétés thermophysiques sont prises à la température de référence  $T_0$  caractérisé par un nombre de Prandtl  $Pr=0,71$  . La paroi verticale de droite est maintenue à une température froide ( $T_c$ ) tandis que la paroi de gauche est à une

température chaude ( $T_H > T_C$ ). Les parois horizontales sont quant à elles thermiquement isolées.

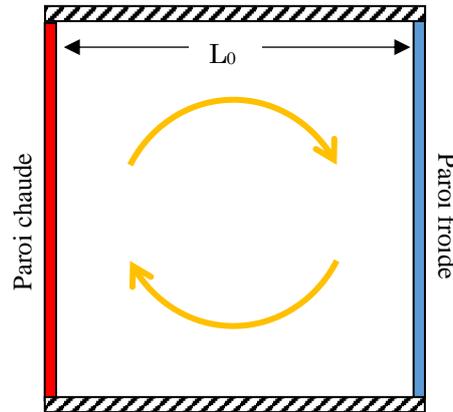


Figure.1 : Domaine physique étudié

## b. Formulation mathématique

### i. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices adoptées pour cette étude sont celles déjà considérées dans la première application, à savoir :

- ◆ Le fluide est supposé newtonien et incompressible,
- ◆ Le régime d'écoulement est laminaire et stationnaire,
- ◆ Les propriétés thermophysiques du fluide ( $k$ ,  $\mu$ ,  $\beta$  et  $C_p$ ) sont supposées constantes,
- ◆ L'approximation de Boussinesq est adoptée pour la masse volumique,
- ◆ La cavité est considérée suffisamment longue dans la direction longitudinale ( $z$ ) pour considérer un écoulement plan ( $x$ ,  $y$ ),
- ◆ Les vitesses mises en jeu sont relativement faibles de sorte que la fonction de dissipation visqueuse dans l'équation de l'énergie peut être négligée,
- ◆ Absence de source de chaleur dans le fluide.

### ii. Forme dimensionnelle des équations

En tenant compte des hypothèses simplificatrices ci-dessus, les équations de conservation avec les conditions aux limites associées s'écrivent comme suite :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$$

- Equation de conservation de quantité de mouvement

$$\rho \left( v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \rho g \beta (T - T_C) \delta_{i2}$$

- Equation de l'énergie

$$\rho C_p \left( v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} \right)$$

- Conditions aux limites :

$$v_i = 0, \quad T = T_C \quad (\text{paroi droite})$$

$$v_i = 0, \quad T = T_H \quad (\text{paroi gauche})$$

$$v_i = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0 \quad (\text{parois isolées})$$

#### 4. Travail demandé

- (a). Procéder à l'adimensionnement des équations de comportement et des conditions aux limites, en tenant compte des grandeurs caractéristiques du problème (dimension linéaire, vitesse, pression et température de référence :  $L = L_0$ ,  $v_0 = v/L$ ,  $p_0 = \rho v^2/L_0^2$  et  $\Delta T = (T_H - T_C)$ ), induisant ainsi aux variables réduite :

$$\begin{cases} X_i = x_i / L & V_i = v_i / v_0 \\ P = p/p_0 & \theta = (T - T_C) / \Delta T \end{cases}$$

- (b). Choisir le maillage adéquat pour un Rayleigh  $Ra=10^6$ .
- (c). Sous Fluent, procéder à la résolution du problème posé puis comparer les résultats avec ceux de la référence.
- (d). Choisir un profil dans l'article [1] ( $Nu$ ,  $U$ ,  $V$  ou  $\theta$ ), puis superposer les résultats de ce dernier avec ceux des résultats numériques.

#### **NB:**

- ◆ Réaliser le modèle physique à l'aide du mailleur Gambit.
- ◆ Traiter les résultats par les logiciels : CurveUnscan, Tecplot, OrigineLab et Grapher.

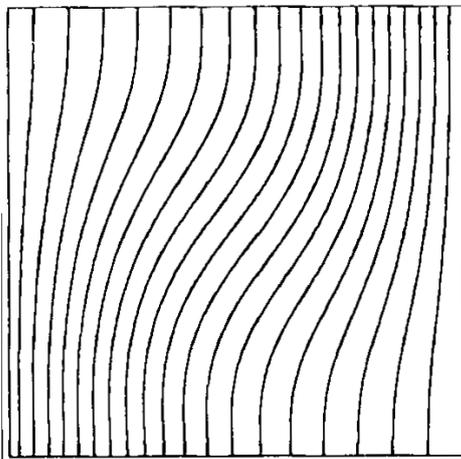
## 5. Référence de comparaison

- ◆ Valeurs des nombres de Nusselt

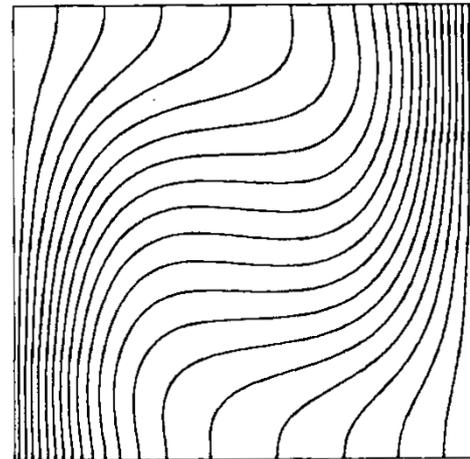
Nombre de Rayleigh	Barakos et Mitsoulis [1]	Khanafer, Vafai et Lightstone [2]	Markatos et Pericleous [3]	De Vahl Davis [4]	Fusegi et al [5]
$Ra=10^3$	1.114	1.118	1.108	1.118	1.105
$Ra=10^4$	2.245	2.245	2.201	2.243	2.302
$Ra=10^5$	4.510	4.522	4.430	4.519	4.646
$Ra=10^6$	8.806	8.826	8.754	8.799	9.012

- ◆ Distribution des isothermes [1]

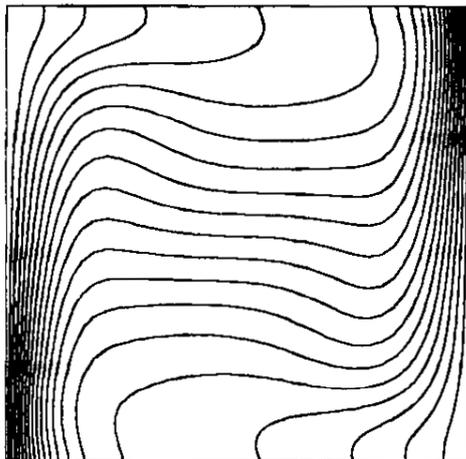
$Ra=10^3$



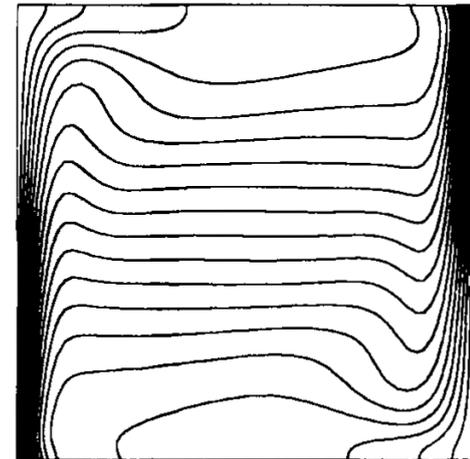
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

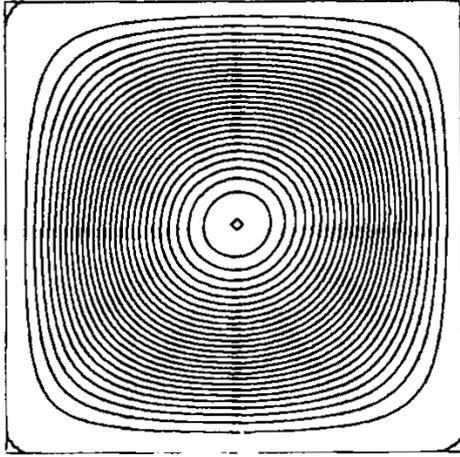


$Ra=10^6$

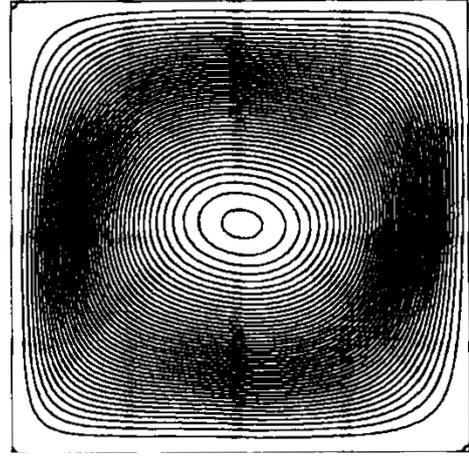


- ◆ Distribution des lignes de courant [1]

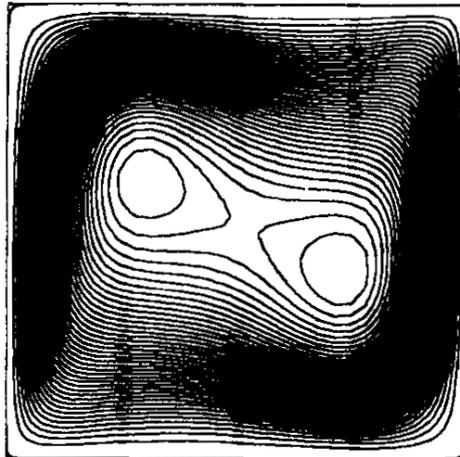
$Ra=10^3$



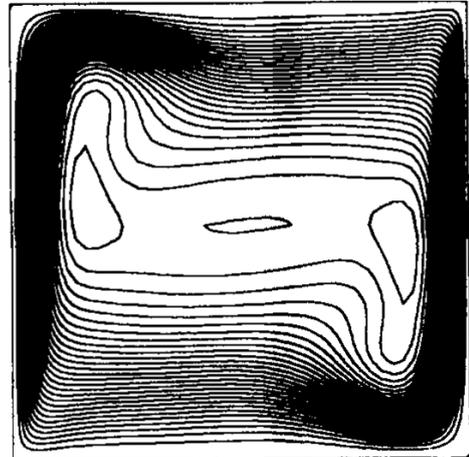
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$



$Ra=10^6$



## 6. Propriétés thermophysique de l'air à pression atmosphérique

T °C	C <sub>p</sub> J/kg°C	ρ kg/m <sup>3</sup>	μ kg/s·m	ν m <sup>2</sup> /s	k W/m°C	Pr
-40	1006.0	1.5141	15.17x10 <sup>-6</sup>	10.02x10 <sup>-6</sup>	0.02086	0.731
-30	1005.8	1.4518	15.69x10 <sup>-6</sup>	10.81x10 <sup>-6</sup>	0.02168	0.728
-10	1005.6	1.3414	16.71x10 <sup>-6</sup>	12.46x10 <sup>-6</sup>	0.02329	0.721
0	1005.7	1.2923	17.20x10 <sup>-6</sup>	13.31x10 <sup>-6</sup>	0.02408	0.718
10	1005.8	1.2467	17.69x10 <sup>-6</sup>	14.19x10 <sup>-6</sup>	0.02487	0.716
20	1006.1	1.2042	18.17x10 <sup>-6</sup>	15.09x10 <sup>-6</sup>	0.02564	0.713
30	1006.4	1.1644	18.65x10 <sup>-6</sup>	16.01x10 <sup>-6</sup>	0.02638	0.712
40	1006.8	1.1273	19.11x10 <sup>-6</sup>	16.69x10 <sup>-6</sup>	0.02710	0.710
50	1007.4	1.0924	19.57x10 <sup>-6</sup>	17.92x10 <sup>-6</sup>	0.02781	0.709
60	1008.0	1.0596	20.03x10 <sup>-6</sup>	18.90x10 <sup>-6</sup>	0.02852	0.708
80	1009.5	0.9995	20.92x10 <sup>-6</sup>	20.92x10 <sup>-6</sup>	0.02991	0.706
90	1010.3	0.9721	21.35x10 <sup>-6</sup>	21.96x10 <sup>-6</sup>	0.03059	0.705
100	1011.3	0.9460	21.78x10 <sup>-6</sup>	23.02x10 <sup>-6</sup>	0.03127	0.704
120	1013.4	0.8679	22.62x10 <sup>-6</sup>	25.19x10 <sup>-6</sup>	0.03261	0.703
130	1014.6	0.8756	23.02x10 <sup>-6</sup>	26.31x10 <sup>-6</sup>	0.03328	0.702
140	1015.9	0.8544	23.44x10 <sup>-6</sup>	27.44x10 <sup>-6</sup>	0.03349	0.702
150	1017.2	0.8342	23.84x10 <sup>-6</sup>	28.58x10 <sup>-6</sup>	0.03459	0.701
160	1018.6	0.8150	24.24x10 <sup>-6</sup>	29.75x10 <sup>-6</sup>	0.03525	0.701
170	1020.1	0.7966	24.63x10 <sup>-6</sup>	30.93x10 <sup>-6</sup>	0.03589	0.700
180	1021.7	0.7790	25.03x10 <sup>-6</sup>	32.13x10 <sup>-6</sup>	0.03654	0.700
190	1023.3	0.7622	25.41x10 <sup>-6</sup>	33.34x10 <sup>-6</sup>	0.03718	0.699
200	1025.0	0.7561	25.79x10 <sup>-6</sup>	34.57x10 <sup>-6</sup>	0.03781	0.699
220	1028.6	0.7158	26.54x10 <sup>-6</sup>	37.08x10 <sup>-6</sup>	0.03908	0.699
240	1032.4	0.6879	27.27x10 <sup>-6</sup>	39.65x10 <sup>-6</sup>	0.04033	0.698
250	1034.4	0.6748	27.64x10 <sup>-6</sup>	40.96x10 <sup>-6</sup>	0.04095	0.698
280	1040.7	0.6382	28.70x10 <sup>-6</sup>	44.97x10 <sup>-6</sup>	0.04279	0.698
300	1045.2	0.6159	29.39x10 <sup>-6</sup>	47.72x10 <sup>-6</sup>	0.04401	0.698
350	1056.8	0.5665	31.07x10 <sup>-6</sup>	54.85x10 <sup>-6</sup>	0.04692	0.700

## 7. Nomenclature

Symboles	Définition	Unité (SI)
$C_p$	Chaleur spécifique	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
$g$	Accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$
$L$	Largeur et hauteur de l'enceinte	$m$
$k$	Conductivité thermique	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
$Nu$	Nombre de Nusselt moyen	-
$Nu_X$	Nombre de Nusselt local	-
$P$	Pression	Pa
$P$	Pression adimensionnelle ( $P = pL^2 / (\rho v^2)$ )	-
$T$	Température	$^{\circ}C$ ou $K$
$v_i$	Composantes dimensionnelles de la vitesse	-
$V_i$	Composantes adimensionnelles de la vitesse ( $U_i = u_i L / v$ )	-
$x_i$	Composantes des coordonnées axiales	$m$
$X_i$	Composantes adimensionnelles des coordonnées ( $X_i = x_i / L$ )	-

### Symboles grecs

$\alpha$	Diffusivité thermique ( $k / \rho C_p$ )	$m^2\ s^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatation du fluide à pression constante ( $1/T$ )	$K^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique	$kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique ( $\mu / \rho$ )	$m^2\ s^{-1}$
$\rho$	Masse volumique	$kg\ m^{-3}$
$\theta$	Température adimensionnelle $\theta = (T - T_C) / (T_H - T_C)$	-
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker	-
$\psi$	Fonction de courant	$m^2\ s^{-1}$
$\Psi$	Fonction de courant adimensionnelle ( $\Psi = \psi / v$ )	-

### Indices

H, C	Surface chaude, surface froide
------	--------------------------------

### Groupements adimensionnels

$Pr$	Nombre de Prandtl,	$Pr = \nu / \alpha$
$Ra$	Nombre de Rayleigh,	$Ra = g\beta(T_H - T_C)L^3 / \nu\alpha$
$Gr$	Nombre de Grashof,	$Gr = Ra / Pr$

## 8. Références Bibliographiques

- [1]. G. Barakos et E. Mitsoulis, «Natural convection flow in a square cavity revisited: Laminar and turbulent models with wall functions ». Int. j. numer. Methods fluids, Vol. 18, 695-719 (1994).
- [2]. K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, « Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids ». Int. J. Heat Mass Transfer, 46 (2003) 3639–3653.
- [3]. N. C. Markatos and K. A. Pericleous, « Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity », Int. J. Heat Mass Transfer, 27, 775-772 (1984).
- [4]. G. De Vahl Davis, « Natural convection of air in a square cavity, a bench-mark numerical solution ». Int. j. numer. Methods fluids, 3, 249-264 (1983).
- [5]. T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara and B. Farouk, « A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure ». Int. J. Heat Mass Transfer, 34, 1543-1557 (1991)