

Série de TD n°1

Ex1 : faire les opérations suivantes :

- Addition :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -7 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Produit par un scalaire :

$$A = 5 \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

- Déterminant :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Transposition :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 2 & -7 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Produit :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = (3 \quad 7 \quad 6)$$

- Inversion :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 \\ -8 & -7 & 8 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Ex2 : calculer la transposée de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -8 & -3 \\ -8 & 10 & -1 \\ -3 & -1 & 11 \end{pmatrix}$$

Calculer les produits $A^t A$ et $A A^t$.

Ex3 : calculer la trace de la matrice carrée suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -85 & 0 \\ 5 & 55 & 6 \\ -7 & 0 & -33 \end{pmatrix}$$

Calculer la trace du produit matricielle des matrices A.B :

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -85 & 0 \\ 5 & 55 & 6 \\ -7 & 0 & -33 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 23 \\ -34 & 0 & 5 \\ 38 & -11 & 3 \end{pmatrix}$$

Ex4 : résoudre le système d'équations suivantes :

$$13a - 8b - 3c = 20$$

$$-8a + 10b - c = -5$$

$$-3a - b + 11c = 0$$

Série de TD n°2

Exercice 1 : On étudie l'influence de la température T et de la concentration C d'un réactif sur le rendement y (%) d'une réaction chimique.

Il a été décidé d'expérimenter la température entre 60 et 80 °C et la concentration entre 10 g.L⁻¹ et 15 g.L⁻¹ en se limitant à 2 niveaux par facteur.

1) Dans une expérience factorielle 2², quelles sont les conditions expérimentales à réaliser ?

Quel nombre d'essais faut-il effectuer sachant qu'on n'a pas prévu de répétitions ?

2) La température est appelée facteur A et la concentration facteur B. En utilisant le concept de facteurs centrés réduits, où se situe le centre du domaine expérimental ? Où se situe le point ($x_A = +0,5$; $x_B = -0,6$).

3) Construire (avec EXCEL) la matrice d'expériences. Tableau de résultats :

Essai n°	1	2	3	4
Température (°C)	60	80	60	80
Concentration (g.L ⁻¹)	10	10	15	15
Rendement (%)	60	70	80	90

4) Construire (avec EXCEL) la matrice des effets et calculer tous les effets d'un tel plan (\bar{y}_0 , E_T , E_C et E_{TC}).

Exercice 2 : On effectue la même étude que celle de l'exercice 1 réalisée cette fois en présence d'un catalyseur ; les autres conditions expérimentales sont inchangées.

Tableau de résultats :

Essai n°	1	2	3	4
Rendement (%)	60	70	80	95

1) Construire (avec EXCEL) la matrice des effets et calculer tous les effets.

2) A une température de 70 °C et une concentration de 12,5 g.L⁻¹ (centre du domaine), il a été décidé d'effectuer 6 essais complémentaires. Les 6 rendements obtenus sont les suivants (en %) :

$$77,3 - 79,1 - 77,8 - 77,0 - 77,7 - 79,1.$$

a) Quelle estimation faites-vous de l'écart type des réponses individuelles ?

b) Quelle est l'estimation de l'erreur type d'un effet ?

c) Quels effets sont significatifs au risque de 5 % (utiliser un test t).

3) Une autre expérimentateur, à qui on avait demandé la même étude, décide d'effectuer les 4 essais suivants :

Essai n°	1	2	3	4
Température (°C)	60	80	70	70
Concentration (g.L ⁻¹)	12,5	12,5	10	15
Rendement (%)	71	83,5	66	88,5

a) S'agit-il des conditions d'un plan factoriel ?

b) Calculer les effets principaux des facteurs et comparer avec les résultats de la 1^{ère} question.

c) Que peut-on dire concernant l'interaction ?

4) Compte tenu des résultats de la 2^{ème} question, écrire l'équation numérique du modèle linéaire associé au plan factoriel.

La moyenne des réponses mesurées des 6 répétitions diffère-t-elle significativement (risque 0,05) de la valeur prédite au centre du domaine, égale à la moyenne des réponses des 4 essais du plan. Que peut-on conclure ?

NB : Utiliser le test de Student de comparaison des moyennes de 2 séries indépendantes, d'effectifs 6 et 4.

Série de TD n°3

Exercice 1:

Lors de l'exécution d'un plan factoriel complet à 3 facteurs (A, B et C), le technicien a obtenu les rendements suivants (dans l'ordre) : Y% : 38, 36, 25, 24, 31, 27, 18, 15.

Compte tenu de nombreuses expériences antérieures, on admet que l'écart-type expérimental est de : $\sigma = 0,7$.

On ne s'intéresse qu'aux effets principaux.

1. Donner l'équation du modèle linéaire sans interactions.
2. En déduire, au risque de 5 %, un intervalle de confiance des effets principaux.

Exercice 2:

Un plan factoriel complet à trois facteurs, chacun variant à 2 modalités, a été réalisé pour étudier la formulation d'un polymère.

	x ₁ %: durcisseur	x ₂ %: fibres textiles	x ₃ %: charge
Niveau -1	10	0	5
Niveau +1	30	10	15

La réponse étudiée est le module d'élasticité, donné dans l'ordre de Yates :

1,26 - 1,35 - 4,46 - 3,88 - 2,29 - 1,23 - 5,11 - 5,12

1. Donner l'expression du modèle complet en faisant apparaître la matrice d'expérience.
2. Compte tenu des résultats obtenus, on décide de négliger les interactions AB et AC.
 - a. Ecrire l'équation du modèle dans ce cas-là et calculer les 8 valeurs prédites par ce nouveau modèle.
 - b. En déduire une estimation de l'écart-type de la variable aléatoire intervenant dans la modèle.
3. Donner, au risque de 5 %, l'intervalle de confiance de chacun des effets principaux.