

Faculté des Sciences exactes
Département de Maths
2 ème Année PSA

série d'exercices

Exercice 1

On s'intéresse à la croissance d'une fleur plantée dans des milieux dépendants de deux facteurs, la température et le taux d'humidité. Le technicien décide d'effectuer un plan d'expérience avec le domaine expérimental suivant :

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| | Niveau bas : -1 | Niveau haut :+1 |
| Température : T | 15°C | 22°C |
| Humidité : H | 5% | 20 % |

La réponse Y étudiée, représente la longueur de la tige en cm, est donnée par le tableau suivant :

La réponse Y étudiée, représente la longueur de la tige en cm, est donnée par le tableau suivant :

| Exp | T | H | Y |
|-----|----|----|----|
| 1 | -1 | -1 | 25 |
| 2 | +1 | -1 | 35 |
| 3 | -1 | +1 | 45 |
| 4 | +1 | +1 | 55 |

Sachant que l'on adopte un modèle polynômial linéaire par rapport aux coefficients,

1/ Donner le modèle

2/ Déterminer une estimation ponctuelle de chacun des effets principaux du modèle et écrire l'équation du modèle estimé.

3/ Peut on tester les effets.

On réalise la même expérience plusieurs fois

| Exp | T | H | Y |
|-----|----|----|-------------|
| 1 | -1 | -1 | 25 21 25 26 |
| 2 | +1 | -1 | 35 25 30 31 |
| 3 | -1 | +1 | 45 35 40 40 |
| 4 | +1 | +1 | 55 60 50 50 |

Sachant que l'on adopte un modèle polynômial linéaire par rapport aux coefficients,

1/ Définir le plan

2/ Donner le modèle

5/ Estimer Le modèle à l'aide des données du tableau.

6/ Valider le modèle.

Exercice 2

On considère les résultats Y obtenus à partir d'un plan à trois facteurs à 2 niveaux X1, X2 et X3 suivants

| |
|-----|
| Y |
| 10 |
| 20 |
| 200 |
| 140 |
| 60 |
| 100 |
| 205 |
| 172 |

- 1/ Donner la matrice d'expérience et réponses
- 2/ Donner le modèle mathématique
- 3/ Estimer les effets des facteurs et interactions.

Exercice 3

On cherche à déterminer quelles sont les causes principales d'échec pour un certain nombre d'étudiants de manière à augmenter le taux d'admission en année supérieure. Les facteurs qui semblent intéressants à étudier sont : le stress, la compréhension et le pourcentage d'impasses dans l'apprentissage du cours. Pour cela, l'expérience est réalisée sur 25 étudiants

| Facteurs | Niveau -1 | Niveau +1 |
|---------------|-------------------------|------------------------|
| Stress | Faible | Elevé |
| compréhension | Totale | Faible |
| impasses | 45% du cours non appris | 2% du cours non appris |

Les moyennes des 25 étudiants obtenues sont :

| | | | | | | | |
|------|------|-----|-----|------|------|------|------|
| 12.7 | 10.9 | 6.1 | 2.3 | 15.5 | 17.7 | 17.3 | 17.6 |
|------|------|-----|-----|------|------|------|------|

- 1/ Définir le plan.
- 2/ Donner la matrice d'expérience et réponses.
- 3/ Donner le modèle mathématique.
- 4/ Calculer les effets des facteurs et d'interaction d'ordre 2.
- 5/ Peut-on valider le modèle.
- 6/ Conclure.

Exercice 3

Il s'agissait de comparer l'efficacité de deux types de machines à calculer m1 et m2 : on supposera ici que 10 sujets, S1 à S10, ont exécuté la même séquence de calculs, successivement sur chacune des deux machines M1 et M2. Les résultats (temps d'exécution du calcul, en unités conventionnelles) sont les suivants :

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|------------------|------|
| | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S5 | S7 | S8 | S9 | S10 | Moyenne M1 | 21,6 |
| M1 | 30 | 22 | 29 | 12 | 23 | 21 | 22 | 18 | 16 | 23 | Somme des carrés | 4932 |
| M2 | 14 | 5 | 17 | 14 | 8 | 21 | 13 | 13 | 7 | 24 | Moyenne M2 | 13,6 |
| | | | | | | | | | | | Somme des carrés | 2174 |

- 1/ D'écrire le plan de cette expérience.
- 2/ Donner le modèle mathématique et l'estimer.
- 3/ Y a-t-il une différence d'efficacité entre les machines ?

Exercice 4

Une entreprise cherche à tester quatre machines à écrire. Pour cela, elle demande à cinq secrétaires professionnelles de taper un texte pendant cinq

minutes. A la fin du test, nous comptons le nombre moyen de mots tapés en une minute.

Nous répétons l'expérience le lendemain.

1. Décrire le plan en précisant les facteurs et modalités.
2. Donner le modèle mathématique.
3. Peut-on tester la présence d'interaction entre facteurs.
4. Donner l'équation de la décomposition de la variance totale et donner les lois de chaque variance .
5. Donner les hypothèses des tests d'ANOVA et les régions critique en précisant la loi de chaque statistique de décision.

Exercice 5

Une expérience est conduite pour comparer les effets de trois sortes d'engrais sur deux sortes de pommes de terre. On obtient les résultats suivants

| | A | B | C |
|---|----|----|----|
| 1 | 38 | 46 | 42 |
| 2 | 34 | 36 | 44 |

1. Donner le modèle mathématique
2. Estimer les paramètres du modèles
3. Donner la décomposition de la variance totale
4. Analyser le plan
5. Existe t-il une interaction entre les facteurs

Exercice 6

On désire quantifier l'efficacité de trois types de régimes, de quatre exercices physique ainsi que l'interaction qui peut exister entre ces deux facteurs sur la perte de poids. On donne les résultats suivants

| | Exo.I | Exo.II | Exo.III | Exo.IV | Total | S carrés |
|------------|-------|--------|---------|--------|-------|----------|
| Régime I | 7 | 15 | 12 | 1 | 227 | |
| | 12 | 21 | 14 | 4 | | |
| | 5 | 13 | 8 | 3 | | |
| | 8 | 12 | 11 | 7 | | |
| | 12 | 9 | 10 | 8 | | |
| | 6 | 12 | 12 | 5 | | |
| Régime II | 5 | 13 | 14 | 4 | 278 | |
| | 21 | 15 | 12 | 12 | | |
| | 12 | 12 | 13 | 8 | | |
| | 8 | 16 | 15 | 9 | | |
| | 10 | 17 | 9 | 11 | | |
| | 9 | 14 | 10 | 9 | | |
| Régime III | 4 | 14 | 15 | 12 | 269 | |
| | 6 | 17 | 16 | 10 | | |
| | 3 | 17 | 12 | 8 | | |
| | 4 | 18 | 9 | 11 | | |
| | 6 | 20 | 8 | 9 | | |
| | 4 | 21 | 17 | 8 | | |
| | | | | | | |
| Total | 142 | 276 | 217 | 139 | 774 | |
| S. carrés | | | | | | 9856 |

- 1/ Définir le plan
- 2/ Donner le modèle mathématique
- 3/ Donner les expressions des estimateurs des paramètres du modèle.
- 4/ Calculer les estimateurs des paramètres du modèles
- 5/ Donner les hypothèses nécessaires pour l'ANOVA
- 6/ Valider le modèle.
- 7/ Interprétation