Département FI(LMD) SECSG — Lundi 10 février 2020

Université De Bejaia

1ere Année

Examen De Mathématiques(I)

Durée 1h30mn

Exercice1 (06pts): On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 3 \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{6(1+u_n)}{7+u_n}$$

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 2$.
2. Déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
3. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle convergente ? (Justifiez !)
4. Donner sa limite.

Exercice2 (03pts): *Calculer la limite des suites suivantes :*

$$\blacksquare\ u_n = -\frac{2}{3}n^3 - n^2 + n \quad \blacksquare\ u_n = \frac{2n^2 - 2\sqrt{n} + 1}{1 - n - 3n^2} \quad \blacksquare\ u_n = \frac{4^n}{3^{2n}} \quad \blacksquare\ u_n = \frac{3^n + 4^n + 5^n}{5^n}.$$

Exercice3 (08pts): On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1.$$

1. Calculer la première dérivée f' et étudier son signe.
2. Déterminer les intervalles sur lesquels f est croissante, décroissante.
3. Donner les éventuels extremums de f.
4. Calculer la deuxième dérivée f'' et étudier son signe.
5. Déterminer les intervalles où f est concave, convexe.
6. Donner les éventuels points d'inflexion de f.

Exercice4 (03pts): Calculer la première dérivée f' dans les cas suivants :

$$\blacksquare\ f(x) = \left(x + \sqrt{2 - x^2}\right)^3 \quad \blacksquare\ f(x) = x^2 e^{-x^2}.$$