Département FI(LMD) SECSG
Université De Bejaia
1^{ere} Année

14 Septembre 2019

Examen De Rattrapage De Mathématiques(I)

Durée 1h30mn

Exercice1 (10pts): I- On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$u_0 = 1 \text{ et, pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4.$$

- **a.** Calculer $u_1, u_2\ et\ u_3$.
- **b.** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, 0 < u_n < 6$.
- **c.** Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.
- **d.** La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle convergente ?(Justifiez !)

II- On désigne par $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 6$.

- **e.** Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.
- **f.** En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.
- **g.** Calculer la limite de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

III- Calculer les deux limites suivantes :

$$\blacksquare\ u_n = \frac{3n^4 - n^2 - 1}{-n^2 - 1} \quad \blacksquare\ u_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n \left(\frac{6}{5}\right)^n.$$

Exercice2 (08pts): On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2.$$

- **a.** Calculer la première dérivée f' et étudier son signe.
- **b.** Déterminer les intervalles sur lesquels f est croissante, décroissante.
- **c.** Donner les éventuels extremums de f.
- **d.** Calculer la deuxième dérivée f''et étudier son signe.
- **e.** Déterminer les intervalles où f est concave, convexe.
- **f.** Donner les éventuels points d'inflexion de f.

Exercice3 (02pts): Résoudre les deux équations suivantes :

$$\blacksquare\ x^3 - 2x^2 + x = 0 \quad \blacksquare\ 2e^{3x} = 54.$$