***Exercice 1 :*** *Calculer les limites des suites suivantes :*

■ $u_n = n^3 - n^2 + n$ ■ $u_n = \dfrac{n^4+n}{-n^4+n+1}$ ■ $u_n = \dfrac{n^2}{n+1} - \dfrac{n^3}{n^2+1}$ ■ $u_n = \dfrac{3n^4-n^2}{-n^2-1}$ ■ $u_n = \sqrt{n} - \sqrt[3]{n^2}$

■ $u_n = \dfrac{e^{2n}}{4^n}$ ■ $u_n = \dfrac{3^n}{n^4}$ ■ $u_n = n^2 e^{-\sqrt{n}}$ ■ $u_n = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} + \left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ ■ $u_n = \left(\dfrac{3}{5}\right)^n \left(\dfrac{5}{3}\right)^{n+1}$ ■ $u_n = \left(\dfrac{4n}{2n+1}\right)^3$.

***Exercice 2:*** *Soit la suite $(u_n)$ telle que:*

$$u_0 = 1,\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n}\ ,\forall n \in \mathbb{N}.$$

1. *Vérifier que pour tout entier $n, u_n < 3$.*
2. *Vérifier que $(u_n)$ est une suite croissante.*
3. *La suite $(u_n)$ est-elle convergente? Si oui, trouver sa limite.*

***Exercice 3:*** *Soit la suite $(u_n)$ telle que:*

$$u_0 = \frac{3}{2},\ u_{n+1} = \frac{4+3u_n}{3+2u_n}\ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}.$$

1. *Vérifier que pour tout entier $n, u_n > \sqrt{2}$.*
2. *Vérifier que $(u_n)$ est une suite décroissante.*
3. *La suite $(u_n)$ est-elle convergente? Si oui, trouver sa limite.*

***Exercice 4:*** *Considérons la suite $(u_n)$ telle que:*

$$u_n = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{7}\right)\cdots\left(\frac{1}{2n+1}\right).$$

1. *Calculer $u_1, u_2$ et $u_3$.*
2. *Vérifier que pour tout entier $n$, $0 \leq u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$.*
3. *Déduire la limite de la suite $(u_n)$.*

***Exercice 5:*** On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$.

Et on définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 6$.

1. Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.
2. Calculer la somme :$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.
3. Calculer $\lim S_n$.
4. Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.
5. Calculer la limite de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.