# Série de TD spéciale de Mécanique

## Exercice 01 :

1. Donner les dimensions d'une l'énergie.
2. La vitesse d'un mobile dans un mieux fluide est donnée par la relation suivante :

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Où $v_0$ et $\tau$ sont des constantes physiques. Trouver les dimension de $v_0$ et $\tau$ et leurs unités dans le système international.

## Exercice 02 :

Dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}\,, \vec{\jmath}\,, \vec{k})$ , on considère les vecteurs suivants :

$$\vec{V}_1 = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\ ;\ \vec{V}_2 = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \vec{k}\ ;\ \vec{V}_3 = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}\ ; \vec{V}_4 = 2\vec{\imath} - \vec{k}$$

1. Représenter les vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ ;
2. Calculer $\|\vec{V}_1\|$, $\|\vec{V}_2\|$, $\vec{V}_1.\vec{V}_2$ et $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$;
3. Calculer l'angle formé par les vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$;
4. Montrer que le vecteur $\vec{V}_3$ est perpendiculaire au plan $(P)$ formé par les vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ ;
5. Montrer que le vecteur $\vec{V}_4$ appartient au plan $(P)$ ;
6. Déterminer le vecteur unitaire $\vec{u}$ porté par le vecteur $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)$ ;
7. Calculer le produit mixte $\left(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\right).\vec{V}_3$.

## Exercice 03 :

Un mobile M se déplace dans un repère $\mathcal{R}(Oxyz)$, son vecteur position est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = (t-1)\vec{\imath} + \frac{t^2}{2}\vec{\jmath}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire du mobile M ;
2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$ ;
3. Déterminer l'expression de l'accélération tangentielle $a_t$ ;
4. Trouver l'expression de l'accélération normale $a_n$ ;
5. Déduire le rayon de courbure $\rho_c$ de la trajectoire en fonction du temps.

## Exercice 04 :

La trajectoire d'un point matériel M dans le système des coordonnées polaires est donnée par :

$$\rho = b\cos(\theta)\ ;\ \theta = \omega t$$

Où $b$ et $\omega$ sont des constantes positives.

**1.** Dans la base locale des coordonnées polaires $\left(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta\right)$ :

**1.1.** Déterminer le vecteur de position $\overrightarrow{OM}$ ;

**1.2.** Trouver les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ de M ainsi que leurs normes.

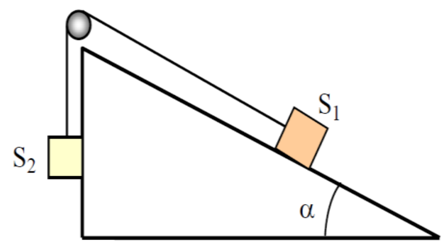
**2.** Déterminer la vitesse et l'accélération de M ainsi que leurs normes, dans le système des coordonnes intrinsèques. Déduire le rayon de courbure $\rho_c$ de la trajectoire de $M$.

**Exercice 05 :**

Un bateau prend la mer en direction du nord - 60° - ouest à la vitesse de 4 km/h par rapport à l'eau. Le mouvement du bateau par rapport à la terre s'effectue dans la direction de l'ouest à la vitesse de 5 km/h.

**1.** Identifier le repère fixe $(\mathcal{R})$, le repère mobile $(\mathcal{R}')$ et le mobile $M$, ainsi que les vitesses absolu $\vec{v}_a$, relative $\vec{v}_r$ et d'entrainement $\vec{v}_e$ ;
**2.** Calculer la vitesse et la direction du courant d'eau.

**Exercice 06** :




Deux boites $S_1$ et $S_2$, de masses $m_1 = 1\ kg$ et $m_2$, sont liées par un fil inextensible qui passe par la gorge d'une poulie de masse négligeable et d'axe fixe. La masse $m_1$ glisse sur un plan incliné non lisse qui fait un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale (voir figure ci-contre). Les coefficients de frottements statique et dynamique sont respectivement $\mu_s = 0.7$ et $\mu_d = 0.3$. On prendra $g = 9.8\ m/s^2$.

**1.** Calculer la masse minimale $m_{2min}$ de $S_2$ qui maintient le système en équilibre ($S_1$ ne glisse pas vers le haut) ;
**2.** On prend $m_2 = 1.5\ kg$. On abandonne $S_2$ sans vitesse initiale d'une hauteur $h$ par rapport au sol :
**2.1.** Calculer l'accélération prise par les deux boites ;
**2.2.** Sachant que la boite $S_2$ met un temps $t_h = 2\ s$ pour arriver au sol, calculer la hauteur $h$. Déduire les vitesses des deux boites lorsque la boite $S_2$ heurte le sol.

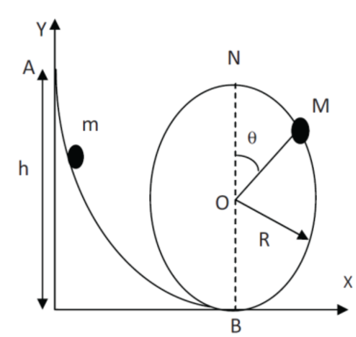
**Exercice 07** :

Dans un référentiel $\mathcal{R}(Oxy)$, une particule est astreinte à se déplacer entre deux points $O(0,0)$ et $B(3,3)$ sous l'action d'une force :

$$\vec{F} = 2xy^2\vec{\imath} + 2x^2y\vec{\jmath}$$

**1.** Cette force est-elle conservative ?
**2.** Calculer le travail effectué par la force $\vec{F}$ si la particule décrit du point O au point B les chemins suivants :
**a.** Le segment $OB$ ;
**b.** Le long de l'axe des $X$ de $O$ au point $A(3,0)$ puis parallèlement à l'axe des $Y$ jusqu'au point $B$.
**c.** Conclure.

**Exercice 8** :




Un bloc de masse $m$ glisse, sans frottements, sur un rail formé d'une partie curviligne $AB$ et d'une boucle circulaire de rayon $R$ (voir figure ci-contre).

**1.** Le bloc est lâché sans vitesse initiale du point $A$ situé à une hauteur $h$. Quelle est la vitesse $v_B$ du bloc au point $B$ ?
**2.** Le bloc aborde ensuite la partie circulaire $(BMN)$ sur laquelle on repère sa position par l'angle $\theta$ entre les points $M$ et $N$. Quelle est l'expression de la vitesse $v_M$ du bloc au point $M$ en fonction de $h, R$ et $\theta$. Calculer cette vitesse ;
**3.** En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'expression de la force de réaction de la piste sur la masse au point $M$ en fonction de $v_M, m, R$ et $\theta$.
On donne: $m = 1kg$ ; $h = 5m$ ; $R = 2\ m$ et $\theta = 60°$ ; $g = 9.8\ m/s^2$