

Série de TD spéciale de Mécanique

Exercice 01 :

1. Donner les dimensions d'une l'énergie.
2. La vitesse d'un mobile dans un milieu fluide est donnée par la relation suivante :

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Où v_0 et τ sont des constantes physiques. Trouver les dimension de v_0 et τ et leurs unités dans le système international.

Exercice 02 :

Dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les vecteurs suivants :

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} + 3\vec{j} ; \vec{V}_2 = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} ; \vec{V}_3 = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} ; \vec{V}_4 = 2\vec{i} - \vec{k}$$

1. Représenter les vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 ;
2. Calculer $\|\vec{V}_1\|$, $\|\vec{V}_2\|$, $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ et $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$;
3. Calculer l'angle formé par les vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 ;
4. Montrer que le vecteur \vec{V}_3 est perpendiculaire au plan (P) formé par les vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 ;
5. Montrer que le vecteur \vec{V}_4 appartient au plan (P) ;
6. Déterminer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)$;
7. Calculer le produit mixte $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$.

Exercice 03 :

Un mobile M se déplace dans un repère $\mathcal{R}(Oxyz)$, son vecteur position est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = (t - 1)\vec{i} + \frac{t^2}{2}\vec{j}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire du mobile M ;
2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse \vec{v} et du vecteur accélération \vec{a} ;
3. Déterminer l'expression de l'accélération tangentielle a_t ;
4. Trouver l'expression de l'accélération normale a_n ;
5. Déduire le rayon de courbure ρ_c de la trajectoire en fonction du temps.

Exercice 04 :

La trajectoire d'un point matériel M dans le système des coordonnées polaires est donnée par :

$$\rho = b \cos(\theta) ; \theta = \omega t$$

Où b et ω sont des constantes positives.

1. Dans la base locale des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$:
 - 1.1. Déterminer le vecteur de position \overrightarrow{OM} ;
 - 1.2. Trouver les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} de M ainsi que leurs normes.

2. Déterminer la vitesse et l'accélération de M ainsi que leurs normes, dans le système des coordonnées intrinsèques. Déduire le rayon de courbure ρ_c de la trajectoire de M .

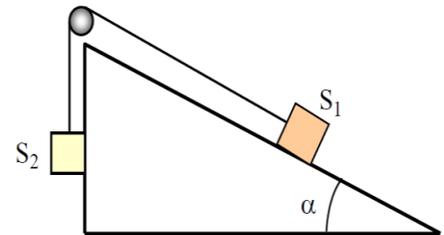
Exercice 05 :

Un bateau prend la mer en direction du nord - 60° - ouest à la vitesse de 4 km/h par rapport à l'eau. Le mouvement du bateau par rapport à la terre s'effectue dans la direction de l'ouest à la vitesse de 5 km/h.

1. Identifier le repère fixe (\mathcal{R}), le repère mobile (\mathcal{R}') et le mobile M , ainsi que les vitesses absolue \vec{v}_a , relative \vec{v}_r et d'entraînement \vec{v}_e ;
2. Calculer la vitesse et la direction du courant d'eau.

Exercice 06 :

Deux boîtes S_1 et S_2 , de masses $m_1 = 1 \text{ kg}$ et m_2 , sont liées par un fil inextensible qui passe par la gorge d'une poulie de masse négligeable et d'axe fixe. La masse m_1 glisse sur un plan incliné non lisse qui fait un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale (voir figure ci-contre). Les coefficients de frottements statique et dynamique sont respectivement $\mu_s = 0.7$ et $\mu_d = 0.3$. On prendra $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.



1. Calculer la masse minimale m_{2min} de S_2 qui maintient le système en équilibre (S_1 ne glisse pas vers le haut) ;
2. On prend $m_2 = 1.5 \text{ kg}$. On abandonne S_2 sans vitesse initiale d'une hauteur h par rapport au sol :
 - 2.1. Calculer l'accélération prise par les deux boîtes ;
 - 2.2. Sachant que la boîte S_2 met un temps $t_h = 2 \text{ s}$ pour arriver au sol, calculer la hauteur h . Déduire les vitesses des deux boîtes lorsque la boîte S_2 heurte le sol.

Exercice 07 :

Dans un référentiel $\mathcal{R}(Oxy)$, une particule est astreinte à se déplacer entre deux points $O(0,0)$ et $B(3,3)$ sous l'action d'une force :

$$\vec{F} = 2xy^2\vec{i} + 2x^2y\vec{j}$$

1. Cette force est-elle conservative ?
2. Calculer le travail effectué par la force \vec{F} si la particule décrit du point O au point B les chemins suivants :
 - a. Le segment OB ;
 - b. Le long de l'axe des X de O au point $A(3,0)$ puis parallèlement à l'axe des Y jusqu'au point B .
 - c. Conclure.

Exercice 8 :

Un bloc de masse m glisse, sans frottements, sur un rail formé d'une partie curviligne AB et d'une boucle circulaire de rayon R (voir figure ci-contre).

1. Le bloc est lâché sans vitesse initiale du point A situé à une hauteur h . Quelle est la vitesse v_B du bloc au point B ?
2. Le bloc aborde ensuite la partie circulaire (BMN) sur laquelle on repère sa position par l'angle θ entre les points M et N . Quelle est l'expression de la vitesse v_M du bloc au point M en fonction de h, R et θ . Calculer cette vitesse ;
3. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'expression de la force de réaction de la piste sur la masse au point M en fonction de v_M, m, R et θ .
 On donne: $m = 1 \text{ kg}$; $h = 5 \text{ m}$; $R = 2 \text{ m}$ et $\theta = 60^\circ$; $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

