

Série2 (Régression Linéaire)

Exercice 1

Dans le cadre de travaux de recherche sur la durée de la saison de végétation en montagne, des stations météorologiques sont installées à différentes altitudes. La température moyenne (en degrés Celsius) ainsi que l'altitude (en mètres) de chaque station sont données dans le tableau ci-dessous :

altitude ; x_i	1040	1230	1500	1600	1740	1950	2200	2530	2800	3100
température: m_i	7.4	6	4.5	3.8	2.9	1.9	1	-1.2	-1.5	-4.5

On donne :

$$\sum x_i = 19690; \sum y_i = 20.3; \sum x_i^2 = 42925500; \sum y_i^2 = 162.41; \sum x_i y_i = 17671 .$$

1. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y .
2. Donner l'équation de la droite de régression de Y par rapport à X.
3. Donner la température prévue à une altitude de 1800 mètres.
4. La droite est elle un bon ajustement des points (x_i, y_i)
5. Donner un intervalle de confiance de niveau 0.95 pour la pente de la droite de régression.

Exercice 2

On dispose des données suivants au sujet de deux variables X et Y

X	Y
1	2,9
2	2,8
2,4	4,8
4	4,8
4,9	8
5	5,9

1. Représenter graphiquement Y en fonction de X.
2. Estimer les paramètres du modèle linéaire $y_i = \alpha_i + \beta x_i + \varepsilon_i$
3. On pose $y_i^* = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta} x_i$ l'estimateur de y_i . Montrer

$$\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 + \sum_{i=1}^N (y_i^* - \bar{y})^2$$

4. Tester $H_0: \beta = 0$ contre $H_1: \beta \neq 0$ au risque 0,05.
5. Construire un intervalle de confiance pour les paramètres α et β à 95%

6. Représenter graphiquement la droite de régression sur le graphique de la question 1.

	x	y
somme	19,3	29,2
somme des carrés	75,77	161,14

somme xy 107,92