

**Série de TD n° 03 de Maths 1 : Applications**

**Exercice 1.** Soient  $f : E \rightarrow F$  une application ;  $A, B \subset E$  et  $C, D \subset F$ . Montrer que

- 1)  $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$  ;
- 2)  $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$ .

**Exercice 2.** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
$$x \mapsto x^2 + x - 2$$

- a. Donner la définition de  $f^{-1}(\{4\})$ . Calculer  $f^{-1}(\{4\})$ .
- b. L'application  $f$  est-elle bijective ?
- c. Donner la définition de  $f([-1, 1])$ . Calculer  $f([-1, 1])$ .
- d. Donner la définition de  $f^{-1}([-2, 4])$ . Calculer  $f^{-1}([-2, 4])$ .

**Exercice 3.** On considère l'application  $f$  définie par :

$$f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \frac{x+1}{x+2}$$

- (a) Calculer  $f^{-1}(\{1\})$ .
- (b) L'application  $f$  est-elle injective ? surjective ? bijective ?
- (c) Donner l'ensemble  $J$  pour lequel la fonction  $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow J$  soit bijective.  
Déterminer l'application réciproque  $f^{-1}$  de la bijection  $f$ .

**Exercice 4.** Soient  $f$  et  $g$  deux applications :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = 5x + 2 \qquad x \mapsto g(x) = 2 - x$$

- a) Déterminer les applications  $g \circ f$  puis  $f \circ g$ .
- b) Montrer que  $g \circ f$  est bijective et trouver  $(g \circ f)^{-1}$ .