

Série de TD N° 2 d'Algèbre 1

Exercice 1. Soient A, B et C des parties d'un ensemble E, Montrer que :

1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

2) $C_E(A \cup B) = C_E A \cap C_E B$

3) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

4) $A \cap (B - C) = (A \cap B) \cap (A - C)$

Exercice 2 : On considère les ensembles suivants :

$A = \{1, 2, 5\}, \quad B = \{\{1, 2\}, 5\}, \quad C = \{\{1, 2, 5\}\}, \quad D = \{\emptyset, 1, 2, 5\},$

$E = \{5, 1, 2\}, \quad F = \{\{1, 2\}, \{5\}\}, \quad G = \{\{1, 2\}, \{5\}, 5\}, \quad H = \{5, \{1\}, \{2\}\}.$

(1) Quelles sont les relations d'égalité ou d'inclusion qui existent entre ces ensembles ?

(2) Déterminer $A \cap B, G \cup H, E - G$.

(3) Quel est le complémentaire de A dans D

Exercice 3 : On considère les sous-ensembles de N suivants :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \quad B = \{1, 3, 5, 7\}, \quad C = \{2, 4, 6\}, \quad D = \{3, 6\}$

1) Déterminer $B \cap D, C \cap D$.

2) Déterminer $B \cup C, C \cup D$. Une de ces unions est-elle disjointe ?

3) Déterminer $C \Delta D$.

4) Déterminer les complémentaires dans A de B, C et D.

Exercice 4 : Etant donné A, B et C trois parties d'un ensemble E,

a) Montrer que :

1) $(A \cap B) \cup B^c = A \cup B^c$

2) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

3) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

b) Simplifier :

1) $\overline{(A \cup B)} \cap (\overline{C} \cup \overline{A})$

2) $\overline{(A \cap B)} \cup (\overline{C} \cap \overline{A})$

Exercice 5 : 1) Les notations $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$ désignent-elles le même ensemble ?

2) Donner les éléments de $P(\{0, 1, 2\})$, de $P(P(P(\emptyset)))$, de $P(P(\{0, 1\}))$

3) Trouver toutes les partitions de $\{1, 2, 3\}$