Université A/ MIRA de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie 1ère année

Année universitaire 2020-2021
MATHS 1 Février 2021

Série de T.D. N° 4 : Les fonctions

Exercice n° 1. Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\ln(2x+1)}{x^2+x}$.

2) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{x+\sin x}{x^2+1}$.

3) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{5x+4}-3}$.

4) $\lim_{x\to +\infty} x\left(e^{-\frac{1}{x}}-1\right)$.

Exercice n° 2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{k\pi/k\in\mathbb{Z}\}$ par :

$$f(x)=\frac{(e^x-1)(1-\cos x)}{\sin x}.$$

1 . Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.

2 . Déterminer $\tilde{f}$ le prolongement de f en 0.

3 . Montrer que l'équation $f(x)=e^x-1$ admet au moins une solution dans l'intervalle $I=\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$

Exercice n° 3.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) & ;x>0 \\ 0 & ;x=0. \end{cases}$$

1 . Montrer que f est continue à droite de $x_0=0$.

2 . f est elle de classe C^1 sur $\left[0;+\infty\right[$?

Exercice n° 4.

1 . En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que $\forall x\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

$$\tan x > x.$$

2 . Soient $a,b,c\in\mathbb{R}$; en utilisant le théorème de Rolle, démontrer qu'il existe $x\in\left]0;1\right[$ tel que

$$4ax^3+3bx^2+2cx=a+b+c.$$