Université A. Mira - Bejaia Département de Chimie	***Correction de l'Examen*** *Plans d'expériences* Durée : 1H30	Master II 07/03/2021

I) Etude de la récupération du titane :

1) Expression théorique du modèle du rendement de récupération en titane :

$$R_{Ti}(\%) = a_0 + a_1 A + a_2 B + a_3 C + a_{12} AB + a_{13} AC + a_{23} BC + a_{123} ABC$$ **(1 Pt)**

2) Matrice d'expériences du plan factoriel complet : **(6,75 Pts)**

N°	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	$R_{Ti}(\%)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	47,5
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	53,6
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	50,8
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	64,5
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	9,3
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	53,3
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	11,4
8	1	1	1	1	1	1	1	1	62,9
Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8	
a_i	44,16	14,41	3,237	-9,938	1,888	9,462	-0,313	-0,013	

3) Le modèle s'écrit :

$$R_{Ti}(\%) = 44{,}16 + 14{,}41\,A + 3{,}237\,B - 9{,}938\,C + 1{,}888\,AB + 9{,}462\,AC$$ **(1 Pt)**

4) Conditions souhaitables permettant d'optimiser le rendement en titane : **(3 Pts)**

Graphique 1		
Concentration H_2SO_4 (mol. L^{-1})	Température (°C)	Rapport (masse solide/masse liquide)
$\geq$ 2,125	40	5

Graphique 2		
Concentration H_2SO_4 (mol. L^{-1})	Température (°C)	Rapport (masse solide/masse liquide)
$\geq$ 2,50	60	5

II) Etude de la récupération de l'aluminium :

Le modèle obtenu pour le rendement de récupération en aluminium est le suivant exprimé en unités codées : $R_{Al}(\%) = 38{,}7 - 1{,}475\,A - 0{,}85\,B - 1{,}175\,C + 1{,}175\,AC$

On obtient expérimentalement un rendement de 46 %.

Le passage de la variable réelle T = 45 °C à la variable codée B est donné par :

$$B = \frac{T - 50}{10} \qquad T^0 = \frac{40+60}{2} \qquad \Delta T = \frac{60-40}{2}$$

Soit : B = -0,5 Les autres sont déduites aisément : A = -1 et C = +1 **(1,5 Pt)**

On en déduit : $R_{Al}(\%) = 38{,}25$ **(1 Pt)** Erreur : 16 %

Estimation de l'écart-type σ : **(2 Pts)**

N°	y	$\hat{y}$	$(y-\hat{y})^2$	N°	y	$\hat{y}$	$(y-\hat{y})^2$
1	45,9	43,375	6,3756	5	35,2	38,675	12,0756
2	36,2	38,075	3,5156	6	41,0	38,075	8,5556
3	40,4	41,675	1,6256	7	39,3	36,975	5,4056
4	37,1	36,375	0,5256	8	34,7	36,375	2,8056

La variance résiduelle est estimée par : $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2}{N-p} = \frac{40{,}885}{8-5} = 13{,}6283$

On en déduit une estimation de l'écart-type σ = 3,69 **(1 Pt)**

Au risque α = 0,05, l'intervalle de confiance de chacun des effets principaux correspond à : $\left[a_i - t_\alpha(f)\,\frac{\sigma}{\sqrt{N}} \;;\; a_i + t_\alpha(f)\,\frac{\sigma}{\sqrt{N}} \right]$ La valeur $t_\alpha(f)$ = 3,18 pour α = 0,05 et f = 3

Avec σ = 0,23 et N = 8, on en déduit les résultats suivants : ai ± 4,15

a_i (min)	a_i (max)
34,1	42,4

(2 Pts)

Ce modèle peut être complété en faisant des essais supplémentaires (n_α points en étoiles et n_0 points au centre) pour faire un plan composite centré (Box-Benhken ou Doehlert). Le modèle envisagé sera quadratique. **(1 Pt)**