

Interrogation d'analyse 1

Soit $a \in \mathbb{R}$. Soit la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \alpha \\ 7 U_{n+1} = U_n^3 + 6, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Décomposer $x^3 - 7x + 6$ en éléments simples sachant que $x = 1$ est une racine du polynôme.
2. On pose $\alpha = \frac{1}{2}$.
 - (a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < U_n < 1$.
 - (b) Montrer que $(U_n)_n$ est croissante.
 - (c) Trouver sa limite.