

Série de TD N°1

Exercice 1.

Trouver les primitives suivantes :

1) $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx.$

2) $\int \cos(5x) dx.$

3) $\int x^3 \ln(3x) dx$ (intégration par parties)

4) $\int \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}} dx$ (changement de variable).

5) $\int_4^6 \frac{7x+6}{x^2-x-6} dx.$

Exercice 2.

1. Résoudre l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$(1+x^2)^2 \frac{dy}{dx} + 2x + 2xy^2 = 0$$

2. Résoudre les équations différentielles linéaires homogènes du second ordre suivantes :

1) $y'' - 2y' + 2y = 0.$

1) $y'' - 2\alpha y' + y = 0. \quad \alpha \in \mathcal{R}$

3. Résoudre l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$y'' - 4y' + 3y = (2x+1)e^{-x}.$$

Tableau des primitives des fonctions usuelles

Fonction f	Primitives F (c est une constante réelle)	Intervalles
0	c	\mathbb{R}
a	$ax + c$	\mathbb{R}
x	$\frac{1}{2}x^2 + c$	\mathbb{R}
$x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$	$\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + c$	\mathbb{R}_+^*
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$	\mathbb{R}^*
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + c$	\mathbb{R}^*
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$	\mathbb{R}_+^*
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$	\mathbb{R}
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$	\mathbb{R}
$\frac{1}{\cos x}$	$\ln \tan(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) + c$	$]\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi[$
$\frac{1}{\sin x}$	$\ln \tan(\frac{x}{2}) + c$	$\mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$\tan x + c$	$]\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi[$
$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cotan^2 x$	$-\cotan x + c$	$\mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
e^x	$e^x + c$	\mathbb{R}
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b} + c$	\mathbb{R}
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + c$	$] -1; 1[$
$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x + c$	$] -1; 1[$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + c$	\mathbb{R}
$\frac{-1}{1+x^2}$	$\operatorname{arccotan} x + c$	\mathbb{R}
	Dans la suite $g(x)$ est dérivable sur un intervalle I	
$\frac{g'(x)}{g(x)}$	$\ln g(x) + c$	étudier le signe de $g(x)$
$g'(x)g^\alpha(x) \quad \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1}g^{\alpha+1}(x) + c$	selon les valeurs de α
$\frac{g'(x)}{g^2(x)}$	$\frac{1}{g(x)} + c$	$g(x)$ ne s'annule pas sur I
$\frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$	$\sqrt{g(x)} + c$	$g(x) > 0$
$g'(x)e^{g(x)}$	$e^{g(x)} + c$	
$g'(x)\cos g(x)$	$\sin g(x) + c$	
$g'(x)\sin g(x)$	$-\cos g(x) + c$	