

## CHAPITRE 3

### ENERGIE ELECTROSTATIQUE

#### 1. DEFINITION

L'énergie électrostatique  $W$  d'un système de charges, supposées initialement éloignées les unes des autres, correspond au travail qu'il faut fournir pour amener ces charges à leurs positions finales.

#### 2. TRAVAIL DES FORCES ELECTROSTATIQUES

##### 2.1 Energie d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique $\vec{E}$

Rappelons d'abord qu'une charge ponctuelle isolée ne peut avoir une énergie potentielle. En effet, cette charge crée autour d'elle un champ et un potentiel, mais c'est en interagissant avec le champ d'une autre charge ou d'une distribution de charges qu'elle va acquérir une énergie potentielle  $E_p$  engendrant une force d'interaction  $\vec{F}$ .

Le travail élémentaire de la force électrostatique  $\vec{F} = q\vec{E}$ , lors d'un déplacement élémentaire  $\vec{dr}$  de la charge  $q$  est :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dr} = q\vec{E} \cdot \vec{dr} = -q \overrightarrow{gradV} \cdot \vec{dr} = -q dV$$

Lorsque la charge se déplace de  $A$  à  $B$ , le travail total est :

$$W_{AB} = \int_A^B \delta W = -q \int_A^B dV = -q(V_B - V_A) = q(V_A - V_B)$$

Notons que le champ électrostatique  $\vec{E}$  est créé par une autre distribution de charges.

On peut dire aussi que l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique est égale au travail qu'il faut fournir pour amener de façon quasistatique cette particule de l'infini à sa position actuelle.

En effet, pour la déplacer de l'infini vers un point  $A$ , un opérateur extérieur doit fournir une force qui s'oppose à la force de Coulomb. Si ce déplacement est fait suffisamment lentement,

la particule n'acquiert aucune énergie cinétique. Cela n'est possible que si, à tout instant  $\vec{F}_{ext} = -\vec{F} = -q\vec{E}$ . Le travail fourni par l'opérateur sera donc :

$$w = \int_{-\infty}^M dW = \int_{-\infty}^M \vec{F}_{ext} \cdot \vec{dr} = -q \int_{-\infty}^M \vec{E} \cdot \vec{dr} = q[V(M) - V(\infty)]$$

Puisqu'on peut toujours définir le potentiel nul à l'infini, on obtient l'expression suivante pour l'énergie électrostatique d'une charge ponctuelle située en  $M$  :

$$W = E_p = qV(M)$$

On voit donc que le potentiel électrostatique est une mesure de l'énergie électrostatique (à un facteur  $q$  près) : c'est dû au fait que  $V$  est lié à la circulation du champ. Autre remarque importante : le travail est indépendant du chemin suivi, donc la force électrostatique est une force conservative et dérive d'une énergie potentielle :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$$

$$E_p = W$$

## 2.2 Energie électrostatique d'un système de charges ponctuelles

Lorsqu'on a affaire à un ensemble de  $N$  charges ponctuelle  $q_i$ , chacune d'entre elles va crée sur les autres un champ électrostatique et ainsi mettre en jeu une énergie d'interaction électrostatique. Initialement, toutes les charges étaient éloignées les unes des autres et à l'infini.

- On amène  $q_1$  de l'infini à  $A_1$ :  $W_1 = 0$  car  $E = 0$ .
- La charge  $q_1$  est en  $A_1$ . On amène  $q_2$  de l'infini à  $A_2$ . En  $A_2$ , le potentiel  $V_2$  crée par  $q_1$  est :

$$V_2 = V_1(A_2) = K \frac{q_1}{r_{12}}$$

Où  $r_{12} = \|\overrightarrow{A_1A_2}\|$  est la distance entre les charges  $q_1$  et  $q_2$ . Le travail fourni est :

$$W_2 = q_2V_2 = K \frac{q_1q_2}{r_{12}} = q_1V_1$$

Où  $V_1 = V_2(A_1)$ . C'est-à-dire identique au travail qu'il fallait fournir pour amener  $q_1$  de l'infini en  $A_1$ , en présence de  $q_2$  déjà située en  $A_2$ . Cela signifie que ce système constitué de deux charges possède une énergie électrostatique :

$$W = E_p = W_1 + W_2 = K \frac{q_1q_2}{r_{12}} = \frac{1}{2} (q_1V_2(A_1) + q_2V_1(A_2))$$

## Cours Physique 2\_KESSI Ferhat

Ainsi, cette énergie potentielle peut être vue comme :

- L'énergie de  $q_1$  dans le champ de  $q_2$ .
- L'énergie de  $q_2$  dans le champ de  $q_1$ .
- L'énergie potentielle du système isolé, constitué par les deux charges  $q_1$  et  $q_2$ .
- On a donc  $q_1$  fixe en  $A_1$  et  $q_2$  fixe en  $A_2$ . On amène  $q_3$  de l'infini à  $A_3$ . En  $A_3$ , le potentiel sera :

$$V_3 = V_1(A_3) + V_2(A_3) = K \frac{q_1}{r_{13}} + K \frac{q_2}{r_{23}}$$

Où  $r_{13} = \|\overrightarrow{A_1A_3}\|$ ,  $r_{23} = \|\overrightarrow{A_2A_3}\|$ ,  $V_1(A_3)$  est le potentiel créé par  $q_1$  en  $A_3$  et  $V_2(A_3)$  est le potentiel créé par  $q_2$  en  $A_3$ . L'énergie potentielle de la charge  $q_3$  est donc :

$$W_3 = q_3 V_3 = K \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

Correspondant à une énergie électrostatique de ce système de 3 charges :

$$W = E_p = W_1 + W_2 + W_3 = K \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

Ainsi, on voit qu'à chaque couple  $q_i q_j$  est associée une énergie potentielle d'interaction. En continuant cette procédure, c'est-à-dire, en amenant de l'infini les charges restantes ( $q_4, q_5, \dots, q_i, \dots, q_n$ ) à leurs positions finales ( $A_4, A_5, \dots, A_i, \dots, A_n$ ), on montre que l'énergie totale de ce système de  $N$  charges ponctuelles sera :

$$W = E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V_i(A_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N K \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j > i}^N K \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Où, il est évident que :

$$V_i(A_i) = K \sum_{j \neq i}^N \frac{q_j}{r_{ij}}$$

Qui représente le potentiel électrostatique créé par toutes les autres charges  $q_j$  ( $j \neq i$ ) au point  $A_i$  (où se trouve la charge  $q_i$ ). La quantité  $r_{ij}$  représente la distance entre les charges  $q_i$  et  $q_j$  ( $r_{ij} = \|\overrightarrow{A_i A_j}\|$ ).

Le terme  $1/2$  provient du fait que dans l'interaction entre les charges  $q_i$  et  $q_j$ , l'énergie de ce couple est comptée deux fois.

Notons que l'énergie potentielle électrostatique d'une distribution de charges correspond à l'énergie de constitution (cohésion, interne) ou la dissociation de cette distribution. Si cette énergie est positive, cela signifie que la distribution de charges absorbe de l'énergie en se constituant (ou dissociant). Par contre, si elle négative, cela signifie qu'elle dégage de l'énergie en se constituant (ou dissociant).

### 2.3 Energie d'une distribution continue de charges

Comme pour le champ et le potentiel électrostatiques, on se ramène à un ensemble de charges ponctuelles en divisant la charge totale en charges élémentaires  $dq$ . Donc, dans l'expression donnant l'énergie d'un ensemble de charges ponctuelles, il suffit de remplacer  $q_i$  par  $dq$  et la somme discrète par une intégrale.

$$W = E_p = \int_{distribution} dq V(A)$$

Où  $A$  est la position de l'élément de charge  $dq$ .

Distribution volumique :

$$W = E_p = \frac{1}{2} \iiint_V \rho V dv$$

Distribution surfacique :

$$W = E_p = \frac{1}{2} \iint_S \sigma V ds$$

Distribution linéique :

$$W = E_p = \int_C \lambda V dl$$

### 3. EXEMPLES D'APPLICATION

- Donner l'expression générale de l'énergie électrostatique d'un ensemble de 04 charges ponctuelles  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$ .

## Cours Physique 2\_KESSI Ferhat

- Soit un ensemble de 5 charges ponctuelles identiques de même valeur  $(+q)$ , placées aux sommets et au centre d'un carré de côté  $a$ . Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique de ce système.
- Soit une sphère de rayon  $R$  chargée en volume, de densité uniforme  $\rho$ . La charge totale de la sphère est  $Q$ . Le champ à l'intérieur est  $(E = \rho r / 3\epsilon_0)$ , et le potentiel a pour expression  $V = \left[ -\rho(r^2 - 3R^2) / 6\epsilon_0 \right]$  (ces résultats seront vus au chapitre suivant). Calculer l'énergie électrostatique de cette sphère.