Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, des Sciences de Gestion, et des Sciences Commerciales
Département SEGC, Système L.M.D.
1ière année SEGC- LMD.

Examen Final
Jeudi 31 Mai 2012
Durée : 1h 30 min.

Examen final – Semestre 2
Microéconomie II

Recommandations :

Présentez une copie propre et bien rédigée.
Tous les exercices sont obligatoires. Les trois parties sont indépendantes.
Veillez au respect du bon déroulement des examens.
Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, …).

Corrigé-type

I. Questions du cours : ……….*04 points.*

1. Qu'est-ce qu'un facteur de production variable ? 2

2. Expliquez la situation de rendements d'échelle constants d'une fonction de production. *Quelles sont les conséquences pour un producteur ?* 2

II. Exercice d'application: ……….*09 points.*

Soit la fonction de production ***p*** expression du comportement rationnel d'un producteur.

$$p = f(k, l) = 6.\ K^{1/2}.L^{2/3}$$

p est fonction des quantités de facteurs capital et travail. Les prix unitaires de ces facteurs sont, respectivement, $P_K = 6^{DA}$ et $P_L = 5^{DA}$. Le producteur dispose de ressources disponibles égales à **1400** ^{DA}.

2

1. Calculez les quantités (k, l) qui maximisent le volume de production. *Méthode de Lagrange.* 2
2. Quel est le niveau de production à l'équilibre. *Calculez Max p (Max Q).* 0,5
3. Quelle est la valeur du multiplicateur de Lagrange ? 0,5
4. Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles de 80 DA sur la quantité produite ? 1
5. Calculez le $TMST_{KàL}$ pour **K= 6** et **L= 4** et déduisez la valeur du $TMST_{LàK}$. ? 1
6. Quelle est la variation nécessaire du facteur travail pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant de 4 unités la quantité du facteur capital ? 1
7. Calculez la valeur de l'élasticité partielle de la production par rapport au facteur K. 1
8. Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur capital augmente de **20 %** et la quantité de travail reste constante ? 1
9. Quel est le degré d'homogénéité (λ) pour cette fonction ? Et quelle est donc la nature des rendements d'échelle ? 1

III. Questionnaire à choix multiples : *Choisissez la ou les bonne(s) réponse(s)……… 07 points.*

1. Une isoquante (courbe d'iso-produit) correspond à:

a. Un niveau de capital.
b. Un niveau de travail.
c. Un niveau de production. (1)
d. Un niveau de coût total.

2. L'élasticité partielle d'un facteur de production est égale :

a. Au rapport des variations relatives de la production et de la quantité de ce facteur. (1)
b. Au rapport des variations relatives de la production et du prix unitaire de ce facteur.
c. Au rapport des variations relatives des deux facteurs.
d. Au rapport de la variation relative de la quantité de ce facteur à celle du TMST.

3. La loi des rendements décroissants s'explique par:

a. Une productivité physique marginale toujours positive.
b. Une productivité physique marginale décroissante. (1)
c. Une productivité physique marginale toujours croissante.
d. Une productivité physique marginale toujours négative.

4. La notion d'homogénéité d'une fonction de production permet d'étudier la manière dont :

a. Le coût total varie lorsque la production varie dans les mêmes proportions.
b. La productivité physique marginale des facteurs varie lorsque le facteur travail varie. (1)
c. La productivité des facteurs varie lorsque la production varie dans les mêmes proportions.
d. La production varie lorsque tous les facteurs de production varient dans les mêmes proportions.

5. Quelles sont les propositions justes :

a. La pente d'une ligne d'iso-coût est égale à l'opposée du rapport des prix des facteurs de production.
b. Le TMST est égal à la valeur de la pente de l'iso-coût.
c. Le TMST est égal la valeur de la pente de l'iso-produit (isoquant). (1)
d. La productivité physique totale, en courte période, devient négative à partir du point d'inflexion.

6. L'égalité du rapport des productivités marginales et des prix unitaires des facteurs K et L correspond à :

a. L'équation du sentier d'expansion.
b. L'équation de la droite d'iso-coût.
c. La condition d'équilibre du producteur. (1)
d. La pente de l'isoquant.

7. Une fonction de production Cobb-Douglas Possède:

a. des rendements d'échelle constants. (0,5)
b. des rendements d'échelle croissants.
c. des rendements d'échelle décroissants.
d. Une somme des élasticités partielles des facteurs supérieure à 1.
e. Une somme des élasticités partielles des facteurs égale à 1. (0,5)
f. Une somme des élasticités partielles des facteurs inférieure à 1.

Examen final - Microéconomie II -

I - Questions du Cours :

1. Un facteur de production est dit variable lorsque la quantit utilisée dans la production est liée au volume du produit final. Autrement dit, lorsque la quantité utilisée, de ce bien, augmente avec l'augmentation du volume de production. 2

2. Les rendements d'échelle constants d'une fonction de production indiquent un volume de production qui évolue proportionnellement à l'augmentation des facteurs Capital et travail. 2 Par exemple, lors d'une multiplication par deux (le double) ~~des~~ quantités de Capital et de travail simultanément, le volume de productio, dans ce cas, va doubler. Car les rendements des facteurs sont Constant.

II. Exercice d'application : On a $p = f(k, l) = 6 \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3}$

- Les données : On a $Rd = 1400^{DA}$; $P_k = 6^{DA}$ et $P_L = 5^{DA}$.

1 - Calcul des quantités k et l :

- Formalisation du problème : $\begin{cases} Max\ P = f(k, l) = 6 \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3} \\ S/c\ Rd\ (CT) = 6 \cdot k + 5 \cdot l \end{cases}$

- Construction de la fonction de Lagrange :

$$\mathcal{L} = f(k, l) + \lambda\,(Rd - k \cdot P_k - l \cdot P_l).$$

$$\mathcal{L} = 6 \cdot k^{\frac{1}{2}}\, l^{2/3} + \lambda\,(1400 - 6k - 5 \cdot l).$$

- Résolution du problème :

La fonction $\mathcal{L}$ atteint son maximum lorsque ses dérivées partielles par rapport à k, l et λ sont égales à zéro.

_Max $\mathcal{L}$ $\Rightarrow$ $\mathcal{L}'_{k, l, \lambda} = 0.$

$$\mathcal{L}'_{(k,l,\lambda)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{L}'_k=0 \\ \mathcal{L}'_l=0 \\ \mathcal{L}'_\lambda=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\delta P}{\delta k}-\lambda . P_k=0 \\ \frac{\delta P}{\delta l}-\lambda . P_L=0 \\ 0+Rd-6k-5l=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=\frac{\delta P/\delta k}{P_K} \\ \lambda=\frac{\delta P/\delta L}{P_L} \\ Rd-6k-5l=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=\frac{Pmg_k}{P_k}=\frac{6.\frac{1}{2}.k^{-\frac{1}{2}}.l^{2/3}}{6}=\frac{3.k^{-\frac{1}{2}}.l^{2/3}}{6} \quad \text{--- ①} \\ \lambda=\frac{Pmg_L}{P_L}=\frac{6.\frac{2}{3}.k^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{3}}}{5}=\frac{4.k^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{3}}}{5} \quad \text{--- ②} \\ Rd-6k-5l=0 \quad \text{--- ③} \end{cases}$$

0,5

On a $\frac{①}{②}=1 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}.k^{-\frac{1}{2}}.l^{2/3}}{4/5.k^{\frac{1}{2}}.l^{-1/3}}=1 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}.l^{2/3}.l^{1/3}}{4/5.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{1}{2}}}=1$

$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}.l}{4/5\,k}=1 \Leftrightarrow 4/5.k=\frac{1}{2}.l \Leftrightarrow k=\frac{1}{2}.\frac{5}{4}.l$

0,5 $\Leftrightarrow \boxed{k=5/8.l}$ On remplace k par cette valeur dans l'équation du budget ④ :

On obtient : $Rd-6.(5/8.l)-5.l=0$

$\Leftrightarrow Rd-15/4.l-20/4.l=0$. 0,5

$\Leftrightarrow Rd-35/4\,l=0 \Leftrightarrow \boxed{l=\frac{1400}{35/4}=160 \text{ unités}}$

$\boxed{k=5/8(160)=\frac{800}{8}=100 \text{ unités}}$ 0,5

Donc, la combinaison de facteurs $(k,l)=(100,160)$ est celle qui permet au producteur de maximiser le volume de production pour des Rd (ou CT) égales à 1400 DA.

2- Le niveau de production à l'équilibre :

0,5

$-Max\ p=f(100,160)=6.(100)^{\frac{1}{2}}.(160)^{2/3}=1768,335$ unités

3. La valeur du multiplicateur de Lagrange :

- À l'équilibre, $\lambda = \frac{Pmg_k}{P_k} = \frac{Pmg_L}{P_L}$.

$$\lambda = \frac{6 \cdot \frac{1}{2} (100)^{-\frac{1}{2}} \cdot (160)^{2/3}}{6} = 1,4736$$

et

$$\lambda = \frac{6 \cdot \frac{2}{3} \cdot (100)^{\frac{1}{2}} (160)^{-1/3}}{5} = 1,4736. \quad 0,5$$

4. $\lambda = 1,4736$ c'est-à-dire que le volume de production s'accroît de la valeur λ (1,47) à chaque accroissement de 1^{DA} de Ressources disponibles. $\lambda = \frac{\Delta p}{\Delta Rd}$.

Donc, lorsque $\Delta Rd = +80^{DA}$ on aura : $\Delta p = \lambda \cdot \Delta Rd$.

$$\Delta p = 1,47\cancel{36} \cdot (80) = \boxed{+117,6 \text{ unités}} \quad 1$$

5. Calcul des TMST :

$$TMST_{k \text{ à } L} = \frac{Pmg_k}{Pmg_L} = \frac{\cancel{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot K^{-\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3}}{\cancel{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{-1/3}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot l^{2/3} \cdot l^{1/3}}{2/3 \; K^{\frac{1}{2}} \cdot K^{\frac{1}{2}}}$$

$$TMST_{k \text{ à } L} = \frac{3}{4} \cdot \frac{l}{k}$$

Pour $(k, l) = (6,4)$, on aura : $\boxed{TMST_{k \text{ à } L} = \frac{3}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{6} = \frac{1}{2}}$ 0,5

$$\boxed{TMST_{L \text{ à } k} = \frac{1}{TMST_{k \text{ à } L}} = 2} \quad 0,5$$

6. On a $TMST_{L \text{ à } k} = 2$ càd que le producteur remplace 2 unités de K par une unité de L. S'il abandonne 4 unités de K il lui faudra, pour produire le même volume, augmenter L de 2 unités.

$TMST_{L \text{ à } k} = 2$

$$\Delta k \longrightarrow \Delta l$$
$$-2 \longrightarrow +1$$
$$-4 \text{unités} \longrightarrow \Delta l = \frac{-4}{-2} = \boxed{+2 \text{ unités}} \quad 1$$

7. Calcul de l'élasticité partielle :

$$e_{P/k} = \frac{\delta P}{\delta k} \cdot \frac{k}{P} = \frac{6 \cdot \frac{1}{2} \cdot k^{-\frac{1}{2}} \, l^{2/3} \, k}{6 \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3}} = \frac{\cancel{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot k^{-\frac{1}{2}+1} \cdot \cancel{l^{2/3}}}{\cancel{6} \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{l^{2/3}}}$$

$$\boxed{e_{P/k} = 0{,}5}$$ 1

8. Lors d'une variation relative de 20 % du facteur Capital et sachant que $e_{P/k} = 0{,}5$ càd chaque variation de 1 % de K a pour Conséquence une variation de 0,5 % de la production, on aura :

$$\Delta k \longrightarrow \Delta p.$$
$$+1\% \longrightarrow +0{,}5\%$$
$$+20\% \longrightarrow \boxed{\Delta p = +10\%}$$

Donc, le volume de production va s'accroître de 10 %. 1

9. Le degré d'homogénéité :

On a $f(ak, al) = 6 \cdot (ak)^{\frac{1}{2}} \cdot (a.l)^{2/3} = 6 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot a^{2/3} \cdot l^{2/3}$

$$= a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{2/3} \cdot \underbrace{6 \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3}} = a^{\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)} \cdot 6 \cdot k^{\frac{1}{2}} \cdot l^{2/3}$$

$$f(ak, al) = a^{1{,}16} \cdot p.$$

0,5

Donc, p est une fonction de production homogène de degré $\lambda = 1{,}166$

Les rendements d'échelle pour cette fonction sont Croissants. Cela signifie que l'augmentation simultanée et dans les mêmes proportions de K et de L induit une augmentation plus que proportionnelle (plus importante) du volume de production. 0,5