Hc

Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département de la Formation Initiale.
1ère année SEGC- LMD.

Examen Final -- Microéconomie II

Recommandations :

Présentez une copie propre et bien rédigée.
Tous les exercices sont obligatoires. Les parties sont indépendantes.

Veillez au respect du bon déroulement des examens.
Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, ...).

Justifiez vos résultats (les calculs détaillés *se feront sur la copie d'examen*).

I. Questions du cours : /03 points

1. Quelles sont les caractéristiques des fonctions de production Cobb-Douglas ? Quel est le degré d'homogénéité (λ) pour cette fonction ? Et quelle est donc la nature des rendements d'échelle ?

II. Les quantités de facteurs optimales : /05 points.

Soit la fonction de production p expression du comportement rationnel d'un producteur. $P = f(k, l) = 5.\ K^{0,8}.l^{0,6}$

p est fonction des quantités de facteurs capital et travail. Les prix unitaires de ces facteurs sont, respectivement, $P_K = 4$ DA et $P_L = 10$ DA. Le producteur dispose de ressources disponibles égales à 1 400 DA.

Sachant que les quantités (k, l) qui maximisent le volume de production sont $(k, l) = (200, 60)$, determinez:

1. Quel est le niveau de production à l'équilibre. Calculez Max p (Max Q).
2. Quelle est la valeur du multiplicateur de Lagrange ?
3. Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles de 80 DA sur la quantité produite ?
4. Quelle est la variation de ressources nécessaire pour atteindre un volume de **5 000 unités** ?

III. Les rendements factoriels :

Soit une fonction de production p telle que :

/04 points.

$$p = f(k,l) = \frac{8.K^{1,75}.l^{1,25} + 2.K^2.l}{2.K + l}$$

1. P est-elle une Fonction de Production Homogène ? Quelle est la nature des rendements factoriels ?
2. Si on multiplie par 1,8 (une augmentation de 80%) les quantités de travail et de capital, en même temps, par combien la production sera-t-elle multipliée ? Faites une réponse complète appuyée par vos calculs.

IV. Les variations de la production :

p est la formulation du comportement d'un producteur. On a

/08 points.

$$p = f(k, l) = 8.\ K^{0,75}.l^{0,5}$$

1. Calculez le TMST $_{K à L}$ pour $(k, l) = (4, 8)$ et déduisez la valeur du TMST $_{L à K}$?
2. Dans ce cas, quelle est la variation nécessaire du facteur capital pour pouvoir produire le même volume tout en diminuant de **5** unités la quantité du facteur travail ?
3. Calculez la valeur de l'élasticité partielle de la production par rapport au facteur capital.
4. Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur capital augmente de **12%** et la quantité de travail reste constante ? Répondez par une phrase complète.
5. Quelle est la variation relative du capital qui permettra d'obtenir une baisse de la production de **45%** toutes choses égales par ailleurs ? Réponse avec calculs détaillés.

Examen Micro II – Corrigé type.

I. Questions du Cours :

Les fonctions de production Cobb-Douglas sont un type particulier des fonctions de production formalisé en 1928.

- Les fonctions Cobb-Douglas possèdent une formalisation du type $p = f(k, l) = A \cdot K^{\alpha} \cdot l^{1-\alpha}$ où $0 < \alpha < 1$. (01)
- Les fonctions Cobb-Douglas sont des fonctions de productio homogènes de (01) degré $\lambda = 1$. Elles admettent des dérivées partielles qui sont des F.P.H de degré $\lambda - 1$.
- Les rendements d'échelle des fonctions Cobb-Douglas sont des rendements Constants (01) c'est-à-dire que l'accroissement du volume de production est proportionnel à l'accroissement simultané des facteurs K et L.

II. Les quantités optimales :

On a $p = f(k, l) = 5 \cdot K^{0,8} \cdot l^{0,6}$.

Avec $Rd = C_T = 1400^{DA}$; $P_K = 4^{DA}$ et $P_L = 10^{DA}$.

Le panier optimal est $(k, l) = (200, 60)$.

1. Le volume de production à l'équilibre :

$$\text{Max } p = f(200, 60) = 5 \cdot (200)^{0,8} \cdot (60)^{0,6} = 4.042,82 \text{ unités} \quad (01)$$

2. La valeur du multiplicateur de Lagrange :

À l'équilibre :
$$\lambda = \frac{5 \cdot 0,8 (200)^{-0,2} (60)^{0,6}}{4} = \frac{5 \cdot 0,6 \, (200)^{0,8} \cdot (60)^{-0,4}}{10}$$

$$\lambda = 04,04 \quad (01)$$

3. L'effet des Rd sur le volume p :

On a $\lambda = \dfrac{\Delta p}{\Delta Rd}$ et sachant que $\lambda = 04{,}04$

Pour $\Delta Rd = +80^{DA}$, $\Delta p = +80 \cdot (04{,}04) = +323{,}2^{\text{unités}}$ 01

Avec 80^{DA} de Rd en plus, on va produire $323{,}2$ unités supplémentaire

4. Pour atteindre $p = 5.000$ unités

On a Max $p = 4.042{,}82$ unités et pour atteindre $p = 5.000$ unités

il faut $\Delta p = 5.000 - 4.042{,}82 = +957{,}18$ unités. 01

Et $\Delta Rd = \dfrac{\Delta p}{\lambda} = \dfrac{+957{,}18}{4{,}04} = +236{,}92^{DA}$ 01

Une variation du Rd de $236{,}92^{DA}$ permettra d'atteindre un volume de production de 5.000 unités

III. Les rendements factoriels :

1. P est-elle une F.P.H ?

On a $p = f(k,l) = \dfrac{8 \cdot k^{1,75} \cdot l^{1,25} + 2 \cdot k^2 \cdot l}{2 \cdot k + l}$

On a $f(ak, al) = \dfrac{8\,(ak)^{1,75} \cdot (al)^{1,25} + 2\,(ak)^2\,(al)}{2 \cdot (ak) + (al)}$

$$f(ak, al) = \frac{8 \cdot a^{1,75} \cdot k^{1,75} \cdot a^{1,25} \cdot l^{1,25} + 2 \cdot k^2 a^2 \cdot l \cdot a}{2 \cdot ak + al}$$

$$f(ak, al) = \frac{a^{1,75} \cdot a^{1,25} \cdot 8 \cdot K^{1,75} \cdot l^{1,25} + a^2 \cdot a\, 2 \cdot k^2 \cdot l}{a\,(2K + l)}$$

$$f(ak, al) = \frac{a^3 \cdot 8k^{1,75} \cdot l^{1,25} + a^3 (2 \cdot k^2 \cdot l)}{a\,(2k+l)}$$

Donc $$f(ak, al) = \frac{a^{3_2}\,(8k^{1,75} \cdot l^{1,25} + 2k^2 \cdot l)}{a\,(2k+l)}.$$ 01,5

$$f(ak, al) = a^2 \cdot p.$$

Donc p est une fonction de production homogène de degré $\lambda = 2$. Les rendements factoriels pour cette fonction sont des rendements croissants ($\lambda > 1$). 0,5

2. Effet simultanée (K et L) sur p :

Une augmentation de 80% des quantités de k et L signifie la multiplication simultanée de K et L par 1,8.

Donc $f(1{,}8\,k, 1{,}8\,l) = 1{,}8^{\lambda} \cdot p = 1{,}8^2 \cdot p = \boxed{3{,}24 \cdot p}$

Donc le volume p sera multiplié par 3,24 (une hausse de 224%) lorsque K et L sont multipliées par 1,8 car les rendements des facteurs sont plus que proportionnels. 02

IV. Les variations de p :

$$p = f(k,l) = 8 \cdot k^{0,75} \cdot l^{0,5}$$

1. Calcul des TMST :

$$TMST_{K \to L} = \frac{Pmg_K}{Pmg_L} = \frac{\delta P/\delta k}{\delta P/\delta l} = \frac{8 \cdot 0{,}75 \cdot k^{-0,25} \cdot l^{0,5}}{8 \cdot 0{,}5 \cdot k^{0,75} \cdot l^{-0,5}} = \frac{7{,}5}{5} \cdot \frac{l^{0,5} l^{0,5}}{k^{0,75} k^{0,25}}$$

$$\boxed{TMST_{K \to L} = 1{,}5 \cdot \frac{l}{k}}$$ Donc $TMST_{k \to L} = 1{,}5 \cdot \frac{8}{4} = 3$ 01

$$TMST_{L \to k} = \frac{1}{TMST_{K \to L}} = \frac{1}{\frac{1{,}5 l}{k}} = \frac{5 k}{7{,}5 l} = \frac{0{,}667 \cdot k}{l} = \frac{0{,}667 (4)}{8} = \frac{1}{3} = 0{,}33$$ 0,5

2. On a $TMST_{k \to L} = 3$, une unité de capital est équivalente (en terme de productivité) à 3 unités du travail

	ΔL	Δk
$TMST_{k \to L} = 3$	-3 unités	$+1$ unité
	-5	Δk

Lorsque $\Delta l = -5$ unités, on obtient $\Delta k = \frac{-5 \times 1}{-3}$

$\Delta k = +1{,}667$ unités. 01,5

Une baisse de la quantité de L de 5 unités sera compensée par une hausse du facteur capital de 1,667 unités (le volume p reste constant).

3. Calcul de l'élasticité :

$$e_{P/k} = \frac{\delta P}{\delta k} \cdot \frac{k}{P} = \frac{8(0{,}75) \cdot k^{-0,25} \cdot \cancel{l^{0,5}}}{\cancel{8} \cdot k^{0,75} \cancel{l^{0,5}}} \cdot k = \frac{0{,}75 \left(\cancel{k^{-0,25}} \cdot \cancel{k}\right)}{\cancel{k^{0,75}}}$$

$$e_{P/k} = 0{,}75$$ 01

4. Effet de L sur p :

On a d'abord calculer $e_{P/K}$ pour ensuite mesurer l'effet d'une variation de la quantité de K de 12 %

$$e_{P/K} = 0{,}75$$

Donc une variation de K de 1 % provoque une variation (dans le même sens) du volume p de 0,75 %.

Pour $\frac{\Delta k}{k} = +12\,\%$, on a

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{+12\,\%\,(0{,}75)}{+1\,\%} = +9\,\%$$

		$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)$
$e_{P/K} = 0{,}75$	+1 %	+0,75
	+12 %	$\frac{\Delta p}{p} =$

Donc p augmente de 9 % lorsque le facteur K augmente de 12 % toutes choses égales par ailleurs. 01,5

5. Variation de K et de p :

On a $e_{P/K} = 0{,}75$: Pour accroître p de 0,75 % on augmente K 1 %. Et on va mesurer $\frac{\Delta k}{k}$ pour obtenir une baisse de p de 45 %.

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{(-45\,\%) \cdot 1}{+0{,}75}$$

$$\frac{\Delta k}{k} = -60\,\%.$$

02

	$\left(\frac{\Delta k}{k}\right)$	$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)$
$e_{P/K} = 0{,}75$	+1 %	+0,75 %
	$\frac{\Delta k}{k}$	−45 %

Une baisse de K de 60 % provoque une chute du volume de production de 45 %.