Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des sciences de Gestion
Département SEGC-LMD (Formation initiale).
1ière année SEGC- LMD. Sections E, F, G, H, et S.

Examen de rattrapage - Microéconomie II

Corrigé type

Recommandations :
- Présentez une copie propre et bien rédigée.
- Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, …).
- Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
- Veillez au respect du bon déroulement des examens.
- L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
- Justifiez par le calcul les résultats trouvés.

I. Questions du cours : ……….*06 points.*

1. Que représente le point d'intersection des courbes de productivité moyenne et marginale. *Démontrez.* 01+03
2. Un producteur peut-il produire avec une combinaison moins coûteuse un volume de production plus élevé qu'avec d'autres combinaisons plus chères? *Donnez une réponse explicite.* 02

II. Le comportement du producteur: ………. *08 points.*

Soit la fonction de production p expression du comportement rationnel d'un producteur.

$$p = f(k, l) = 6.\, K^{1/4}.\, L^{2/3}$$

La quantité p est fonction des quantités de facteurs capital et travail. Les prix unitaires de ces facteurs sont, respectivement, $P_K = 3^{DA}$ et $P_L = 5^{DA}$. Le producteur dispose de ressources disponibles (CT) égales à **825DA**.

1. Utilisez *la méthode de Lagrange* pour déterminer la combinaison (k , l) qui maximise le niveau de la production totale. 02
2. Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles (CT) de 75 DA sur la quantité produite ? 01+01
3. Calculez le TMST $_{KàL}$ pour **K=30** et **L= 40** et déduisez la valeur du TMST $_{LàK}$. ? . 01
4. Quelle est la variation nécessaire du facteur travail pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant de 4 unités la quantité du facteur capital ? 01,5
5. Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur capital augmente de **20%** et la quantité de travail reste constante ? 01,5

III. Les fonctions de production homogènes : ………. *06 points.*

Soit une fonction de production telle que : $p = f(k,l) = \dfrac{2.k.l \;+ (k^{0.5})^4}{\frac{1}{2}.l^{0.5}}$

1. Est-ce que p est une ***fonction de production homogène*** ? *Démontrez.* 02,5
2. Si Oui, quel est son ***degré d'homogénéité*** (λ) ? 0,5 Que signifie la valeur calculée ***des rendements d'échelle*** *pour cette fonction, expliquez l'évolution de P dans ce cas ?* 01
3. Quel est l'effet sur la production lorsque ***le producteur multiplie par 4 les quantités*** de facteurs K et L ***simultanément***? *Expliquez.* 02

Rattrapage _Micro_éco II. Corrigé type.

I. Questions du Cours:

1. Le point d'intersection des Courbes PM_L et Pmg_L intervient lorsque la Courbe de PM_L atteint son maximum. Avant Ce point, lorsque la valeur des $Pmg_L > PM_L$, la Courbe de PM_L augmente. Ensuite, après ce maximum, On a $Pmg_L < PM_L$: les valeurs de la productivité moyenne diminuent.

01

Démonstration: pour Max PM_L, on a $PM_L' = 0$.

C'est-à-dire : $\left[\frac{f(k,l)}{l}\right]'_L = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(k,l).l - 1 f(k,l)}{l^2} = 0$

Donc $\frac{f'(k,l).\cancel{l}}{\cancel{l^2}} = \frac{f(k,l) \times \cancel{l}}{l^{\cancel{2}}}$

On obtient: $f'(k,l) = \frac{f(k,l)}{l} \Leftrightarrow Pmg_L = PM_L$

02

• On peut trouver une Combinaison moins Coûteuse car située sur une droite moins haute mais qui permet d'obtenir un volume de production plus élevé (située sur une Courbe d'iso-quant plus élevée). Cela est rendu possible par les caractéristiques des iso-quantes (la convexité). 02

II. Le Comportement du producteur:

On a $p = f(k\,l) = 6.\,k^{1/4}.\,l^{2/3}$

Avec $P_k = 3^{DA}$, $P_L = 5^{DA}$ et $Rd = 825^{DA}$

1. La fonction de Lagrange:

$$\mathcal{L} = 6.\,k^{1/4}.\,l^{2/3} + \lambda(Rd - 3k - 5.l).$$

Les valeurs (k,l) sont optimales lorsque $\mathcal{L}'_{(k,L,\lambda)} = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{L}'_k = 6.\left(\frac{1}{4}\right).\,k^{-3/4}.\,l^{2/3} - 3\lambda = 0. \\ \mathcal{L}'_L = 6.\left(\frac{2}{3}\right).\,k^{1/4}.\,l^{-1/3} - 5.\lambda = 0. \\ \mathcal{L}'_\lambda = Rd - 3k - 5.l = 0. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{\delta p/\delta k}{P_k} = \dfrac{6.\left(\frac{1}{4}\right).k^{-3/4}.\,l^{2/3}}{3} & \text{--- (1)} \\ \lambda = \dfrac{\delta p/\delta l}{P_L} = \dfrac{6.\left(\frac{2}{3}\right).\,k^{1/4}.\,l^{-1/3}}{5} & \text{--- (2)} \\ Rd - 3k - 5l = 0 & \text{--- (3)} \end{cases}$$

On a (1) = (2) $\Leftrightarrow \dfrac{\cancel{6}.\left(\frac{1}{4}\right).\,l^{2/3}}{3.\,k^{3/4}} = \dfrac{\cancel{6}.\left(\frac{2}{3}\right).\,k^{1/4}}{5.\,l^{1/3}}$

$\Leftrightarrow \cancel{3}.\left(\frac{2}{\cancel{3}}\right).\,k^{3/4}\,k^{1/4} = 5\left(\frac{1}{4}\right).\,l^{1/3}\,l^{2/3} \Leftrightarrow 2.\,k^1 = \frac{5}{4}.\,l$

$\Leftrightarrow \boxed{k = \frac{5}{8}.\,l}$. On remplace k par cette valeur dans (3)

On obtient : $Rd - 3.\left(\frac{5}{8}.l\right) - 5.\,l = 0.$

$\Leftrightarrow$ $Rd - \frac{15}{8} \cdot l - \frac{40}{8} \cdot l = 0 \Leftrightarrow Rd - \frac{55}{8} \cdot l = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{l = \frac{Rd}{55/8} = \frac{8.(825)}{55} = 120^{\text{unités}}}$

Et $\boxed{k = \frac{5}{8}(120) = 75^{\text{unités}}}$

02

Les quantités de facteurs qui permettent de maximiser le niveau de la production totale sont $(k, l) = (75, 120)$.

1. Calcul de la valeur de λ :

On a $\lambda = \frac{6/4 (75)^{-3/4} (120)^{2/3}}{3} = \frac{6 \cdot (\frac{2}{3}) (75)^{1/4} (120)^{-1/3}}{5} = 0{,}477.$ 01

Et $\lambda = \frac{dP}{dRd}$. Pour $dRd = +75^{DA}$, on a :

$dp = 0{,}477 \cdot (75) = +35{,}775$ unités. 01

Donc, le volume de production s'accroît de 35,775 unités pour 75^{DA} de ressources disponibles supplémentaires.

3. Calcul du T.M.S.T :

$$TMST_{K \grave{a} L} = \frac{Pmg_K}{Pmg_L} = \frac{\delta P / \delta K}{\delta P / \delta L} = \frac{\frac{3}{4} K^{-3/4} l^{2/3}}{\frac{4}{5} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot l^{-\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot l^{\frac{2}{3}} \cdot l^{\frac{1}{3}}}{\frac{4}{5} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot K^{3/4}}$$

$$\boxed{TMST_{K \grave{a} L} = \frac{3}{8} \cdot \frac{l}{k}}$$

Pour $(k, l) = (30, 40)$, on a $\boxed{TMST_{K \grave{a} L} = \frac{3}{8} \cdot \frac{40}{30} = \frac{1}{2} = 0{,}5.}$

$\boxed{TMST_{L \grave{a} K} = \frac{1}{TMST_{K \grave{a} L}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{K}{l} = \frac{1}{0{,}5} = 2.}$ 02

4. On a $TMST_{L à k} = 2$. On remplace donc 2 unités de K abandonnées par 1 unité en plus de L et maintenir le même volume de production.

	Δk	Δl	Δp
$TMST_{L à k} = 2$	-2	$+1$	$=0$
	-4	$+2$	$=0$

Pour remplacer 4 unités de Capital, il faut accroître le facteur L de 2 unités pour réaliser un volume de Production identique.

01,5

5. Calcul de l'élasticité :

$$e_{P/k} = \frac{\delta P}{\delta k} \cdot \frac{k}{P} = \frac{\cancel{6} \cdot (1/4) \cdot \left[k^{-3/4} \cdot \cancel{l^{2/3}} \cdot k\right]}{\cancel{6} \cdot k^{1/4} \cdot \cancel{l^{2/3}}} = 1/4 = 0{,}25$$

0,5

Pour tout accroissement de la quantité du Capital de 1 %, le volume de production progresse de 0,25 %.

	$\Delta k / k$	$\Delta P / P$	$\Delta l / l$
$e_{P/k} = 1/4$	$+1\%$	$+0{,}25$	0
	$+20\%$	x	0

$x = 20 \cdot (0{,}25) = 5$

Donc, pour 20 % de Capital en plus, le volume de production augmente de 5 %.

01

II. Les F.P.H :

$$p = f(k,l) = \frac{2.k.l + (k^{0,5})^4}{\frac{1}{2}.l^{0,5}}$$

1. On a $f(ak, al) = \frac{2(ak).(al) + [(ak)^{0,5}]^4}{\frac{1}{2}(a.l)^{0,5}}$

$$= \frac{2.a.k.a.l + (a^{0,5})^4.(k^{0,5})^4}{\frac{1}{2}.a^{0,5}.l^{0,5}} = \frac{a^2.(2.k.l + (k^{0,5})^4)}{a^{0,5}(\frac{1}{2}.l^{0,5})}$$

02,5

$$f(ak,al) = \frac{\cancel{a^{0,5}}.a^{1,5}}{\cancel{a^{0,5}}}.p = a^{1,5}.p$$

Donc, p est une fonction de production homogène.

2. Le degré d'homogénéité est $\lambda = 1,5 > 1$. 0,5

Donc les rendements d'échelle pour cette fonction sont croissants. Cela signifie que le volume de production augmente de façon plus que proportionnelle à une augmentation simultanée des quantités de facteurs K et L 01

3. L'effet d'une multiplication des facteurs par 4 :

On a $f(ak, al) = a^{1,5}.p$

Pour $f(4k, 4l) = 4^{1,5}.p = 8.p$ 02

Donc, le volume p sera multiplié par 8 lorsqu'on multiplie K et L par 4.