Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, des Sciences Commerciales et de Gestion.
Département SEGC -L.M.D (Formation Initiale). 1ère année SEGC- LMD.Sections: E.F.G.H.S

Examen
Mercredi 22/05/2014
Durée : 1h 30 min.

Examen Final- Microéconomie II

Recommandations :

Présentez une copie propre et bien rédigée.
Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, ...).
Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
Veillez au respect du bon déroulement des examens.
L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
Respectez les consignes des surveillants.

I. Question du cours : ....*04 points.*

1. Expliquez la situation de rendements d'échelle décroissants d'une fonction de production. *Quelles sont les conséquences pour un producteur ?*

II. Le comportement du producteur: .... *16 points.* *(Deux Parties indépendantes).*

Soit la fonction de production $\boldsymbol{p}$ expression du comportement rationnel d'un producteur. Elle mesure le volume (en tonnes) d'acier fabriqué par une entreprise telle que :

$$p = f(k, \ell) = \tfrac{3}{4} \,.\, K^{3/4} \,.\, \ell^{2/5}$$

$\boldsymbol{p}$ est fonction des quantités de facteurs K et L. Les prix unitaires de ces facteurs sont $\mathbf{P_K = 15}$ $^{\mathbf{DA}}$ et $\mathbf{P_L = 20}$ $^{\mathbf{DA}}$. Le producteur dispose de ressources disponibles **Rd = CT= 1 380** $^{\mathbf{DA}}$.

☐ **Partie I :**

01 0,5

1. Déterminez l'expression du $TMST_{LàK}$ et calculez la valeur du $TMST_{kàL}$ au point *$(k, \ell) = (3, 4)$* ?
2. Calculez la valeur des élasticités de la production par rapport aux facteurs K et L. 02
3. P est-elle une fonction de production homogène ? 01 Quelle est la nature de ses rendements d'échelle ? 0,5
4. Quelle est la variation nécessaire de la quantité du facteur travail pour produire 12 % de plus *toutes choses égales par ailleurs*? 02
5. Quelle est la variation de la production totale enregistrée lorsqu'on triple les quantités *(k, ℓ)* de façon simultanée ? 1,5

☐ **Partie II :**

02

1. Calculez, par la *méthode de Lagrange,* les quantités *(k, ℓ)* qui maximisent le volume de production..
2. Quel est le niveau de production à l'équilibre. *deux chiffres après la virgule.* 0,5
3. Quelle est la valeur du multiplicateur de Lagrange ? *Trois chiffres après la virgule.* 0,5
4. Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles (CT) de 75 ^{DA} sur la quantité produite ? 1,5
5. Déterminez la variation des ressources disponibles (Rd ou CT) nécessaire pour accroître la production de 10 % *toutes choses égales par ailleurs.* 02
6. Représentez graphiquement le point d'équilibre (la situation d'équilibre) calculé(e) à la question 1.

01

Une fonction de production à rendements d'échelle décroissa désigne une fonction pour laquelle tout accroissement ~~dans~~ simultané des facteurs de production K et L va induire un augmentation du volume de production p mais avec une proportion moindre : p va augmenter moins vite que l'augmentation de K et L.

04 Pour le producteur cela signifie que lorsqu'il va doubler les quantités K et L (ses capacités de production il ~~va~~ ne va pas obtenir un volume de production doublé parceque les rendements d'échelle sont décroissants.

8,50 / 09

II . Le Comportement du producteur :

$$\text{On a } p = f(k, l) = 3/4 \cdot k^{3/4} \cdot l^{2/5}$$

□ Partie I :

1. Le TMST

$$TMST = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{\cancel{3/4}\,(2/5) \cdot K^{3/4} \cdot l^{-3/5}}{\cancel{3/4}\,(3/4) \cdot K^{-1/4} \cdot l^{+2/5}}$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{K}{L} = \frac{8}{15} \cdot \frac{K}{L} \quad = 01$$

$$\text{Pour } (k,l) = (3,4) : \; TMST_{K \grave{a} L} = \frac{1}{TMST_{L \grave{a} K}} = \frac{15}{8} \cdot \frac{l}{k} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{3}$$

$$\boxed{TMST_{L \grave{a} K} = 5/2 = 2,5} \quad 0,5$$

2. Les élasticités

$$e_{P/K} = \frac{\delta P}{\delta K} \cdot \frac{k}{P} = \frac{\cancel{3/4}(3/4) \cdot \cancel{k^{-1/4}} \cdot \cancel{l^{2/5}} \cdot \cancel{k}}{\cancel{3/4} \cdot \cancel{k^{3/4}} \cdot \cancel{l^{2/5}}}$$

$$\boxed{e_{P/K} = 3/4} \quad 01$$

$$e_{P/L} = \frac{\delta P}{\delta l} \cdot \frac{l}{P} = \frac{\cancel{3/4}(2/5)\,\cancel{k^{3/4}} \cdot \cancel{l^{-3/5}} \cdot \cancel{l}}{\cancel{3/4} \cdot \cancel{k^{3/4}} \cdot \cancel{l^{2/5}}} = 2/5 = 0,4$$

01

3. P est-elle une FPH ? P est une F.P.H Lorsqu'on vérifie que

$f(ak, al) = a^{\lambda} \cdot p$ avec λ le degré d'homogénéité.

Donc $f(ak, al) = \frac{3}{4}(ak)^{3/4}(al)^{2/5} = \frac{3}{4} \cdot a^{3/4} \cdot k^{3/4} \cdot a^{2/5} \cdot l^{2/5}$

$= a^{3/4} \cdot a^{2/5} \cdot \underbrace{\frac{3}{4} k^{3/4} \cdot l^{2/5}} = a^{1,15} \cdot p$. 01

P est donc une fonction de production homogène de degré $\lambda = 1,15$.

On a $\lambda > 1$ donc les rendements d'échelle sont Croissant

0,5

4. Pour produire plus : Une variation de 1 % du facteur L provoque une variation de la production de 0,4 % (On a $e_{P/L} = 0,4$).

	$[\Delta l / l]$	$[\Delta P / P]$	$[\Delta k / k]$
$e_{P/L} = 0,4$	1 %	0,4 %.	0
	x.	+ 12 %	ceteris paribus.

$x = \frac{+12}{0,4} = +30\ \%$

Pour obtenir 12 % de plus de p, il faut augmenter le facteur L de $\boxed{30\ \%}$ 02

5. Le triple de K et L. Lorsqu'on triple de façon simultanée K et L, on mesure en réalité $f(3k, 3l)$:

$f(3k, 3l) = 3^{1,15} \cdot p = 3,537 \cdot p$. 1,5

P est une F.P.H avec $\lambda > 1$, donc la variation de p sera plus que proportionnelle à la variation de K et L : Les rendements d'échelle sont Croissants.

2/4

Partie II :

1. Méthode de Lagrange :
- Formalisation du problème : $\begin{cases} Max\ p = f(k,l) = \frac{3}{4} k^{3/4} l \\ s/c \quad Rd = 15k + 20l \end{cases}$

- Construction de la fonction $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \frac{3}{4} k^{3/4} l^{2/5} + \lambda (Rd - 15k - 20.l)$$

- Résolution : On maximise $\mathcal{L}$ lorsque ses dérivées partielles sont égales à 0.

$$\mathcal{L}'_{k,l,\lambda} = 0 \iff \begin{cases} \mathcal{L}'_k = \frac{\delta P}{\delta k} - \lambda . P_k = 0 \\ \mathcal{L}'_L = \frac{\delta P}{\delta L} - \lambda . P_L = 0 \\ Rd - k P_k - l P_l = 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} \lambda = \frac{\delta P / \delta K}{P_K} = \frac{Pmg_k}{P_K} = \frac{\frac{3}{4}(\frac{3}{4}) k^{-1/4} l^{2/5}}{15} \quad (1) \\ \lambda = \frac{\delta P / \delta L}{P_L} = \frac{Pmg_L}{P_L} = \frac{\frac{3}{4}(\frac{2}{5}) k^{3/4} l^{-3/5}}{20} \quad (2) \\ Rd - 15k - 20l = 0 \quad (3) \end{cases}$$

On a (1) = (2) $\iff \frac{\cancel{\frac{3}{4}}(\frac{3}{4}) l^{2/5}}{15 . K^{1/4}} = \frac{\cancel{\frac{3}{4}}(\frac{2}{5}) . K^{3/4}}{20 . l^{+3/5}}$

$$20 . (\tfrac{3}{4}) . l^{2/5} l^{3/5} = 15 (\tfrac{2}{5}) . K^{1/4} K^{3/4}$$

$$15 . l = 6 . k \quad (01)$$

$$\boxed{l = \frac{2}{5} k} \quad (4)$$

3/5

On remplace l par la valeur $\left[\frac{2}{5} \cdot k\right]$ dans ③ :

$\Rightarrow Rd - 15 \cdot k - 20\left(\frac{2}{5} \cdot k\right) = 0 \Leftrightarrow Rd - 23k = 0.$

$\Leftrightarrow k = \frac{Rd}{23} = \frac{1380}{23} \Leftrightarrow \boxed{k = 60 \text{ unités}}$ 01

et $\boxed{l = \frac{2}{5}(60) = 24 \text{ unités}}$

Les quantités $(k, l) = (60, 24)$ sont celles qui maximisent le volume de production. 01

2. Le volume p à l'équilibre : 0,5

$\text{Max } p = f(60, 23) = \frac{3}{4} \cdot (60)^{3/4} \cdot (24)^{2/5} = 57{,}64 \text{ tonnes}$

3. Le multiplicateur λ

De ① et ②, on a : $\lambda = \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\right) \cdot 60^{-1/4} \cdot 24^{2/5}}{15} = \frac{\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\right) 60^{3/4} \cdot 24^{-3/5}}{20}$

$\boxed{\lambda = 0{,}048}$ 0,5

4. Variation des Rd. On a $\lambda = \frac{dp}{dRd} = 0{,}048.$

Lorsque $dRd = +75$ DA, on obtient une variation du volume p égale à :

$dp = \lambda \cdot dRd = 0{,}048 \cdot (75)$

$\boxed{dp = +3{,}6 \text{ tonnes}}$ 1,5

5. Variation de p de 10% : Pour obtenir une $dp = +10\%$

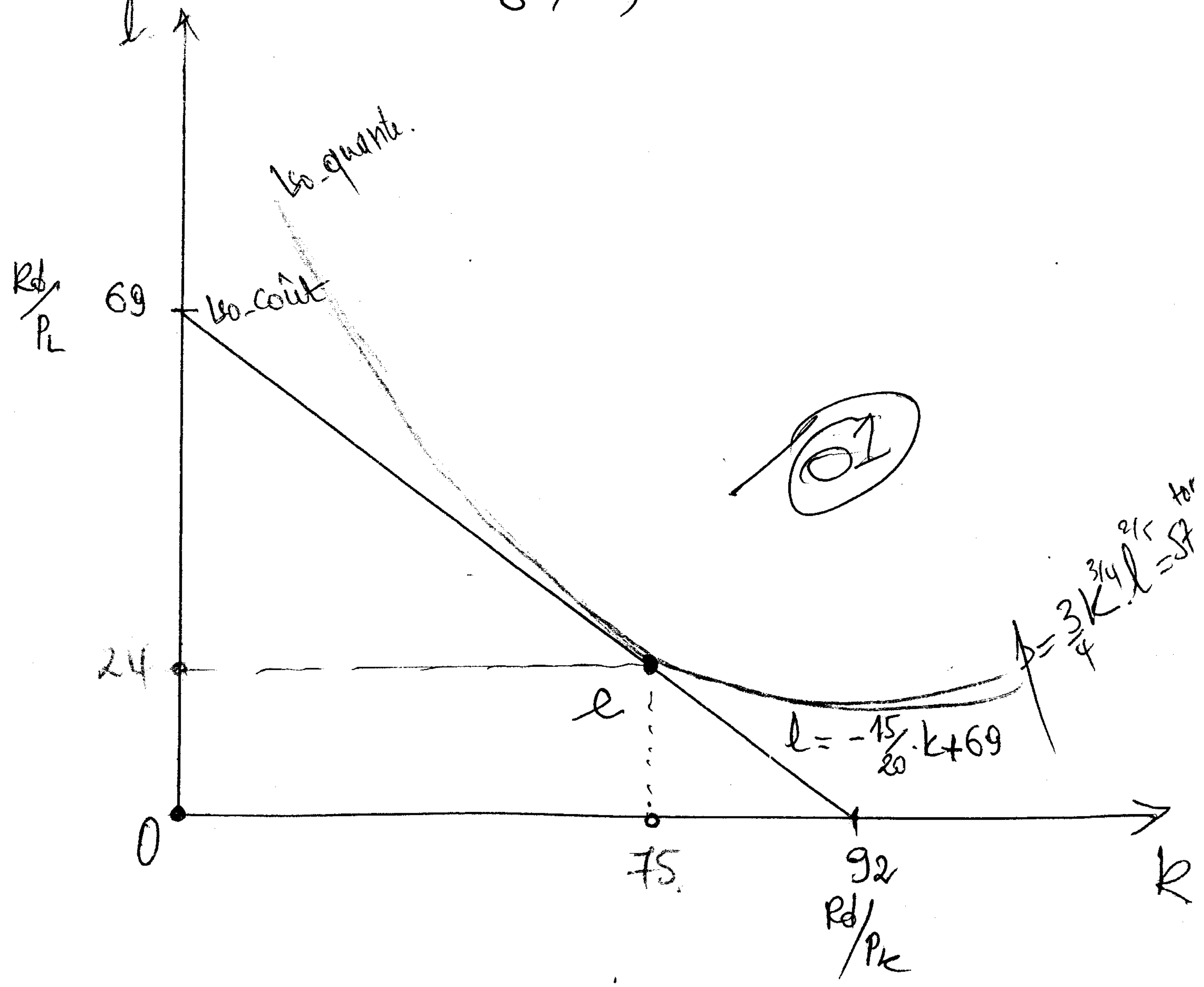
C'est-à-dire que $dp = 10\% (57{,}64) = \boxed{+5{,}764 \text{ tonnes}} \leftarrow dp.$

Pour obtenir $+5{,}764$ tonnes de production en plus, il faut :

$\boxed{dRd = \frac{dp}{\lambda} = \frac{5{,}764}{0{,}048} = +120{,}08 \text{ DA}}$ 02

4/5

6. Représentation graphique



5/5.