Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la formation initiale SEGC, Système Licence, Master, Doctorat
1ère année SEGC- LMD. (Toutes les sections)
جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa
Béjaia le 03 Juin 2013. Durée de l'épreuve : 90 minutes

Examen final – Semestre 2
Microéconomie II

Première partie : Questions de cours (08 points)

1. Expliquez le principe de la productivité marginale **décroissante** ?
2. Démontrez que le **TMST** (de K à L) entre deux points d'une même isoquante est égal **au rapport** des productivités marginales des facteurs **K et L**. A quoi correspond la condition **d'optimalité** du producteur?
3. Qu'est ce qui caractérise le **comportement rationnel** du producteur selon la théorie Néo-classique ?
4. Définir une fonction de production **homogène (FPH)** et précisez ce que signifie son **degré d'homogénéité λ** ?

Deuxième partie : Exercice d'application (12 points)

Le comportement d'un producteur supposé rationnel peut être exprimé à l'aide de l'équation fonctionnelle ci-après :

$$P=f(K,L)=2.K^{0,7}.L^{0,2}$$

P est une fonction mathématique des quantités de facteurs capital « K » et de travail « L ». Les prix unitaires de ces facteurs sont, respectivement de P_X**=20 DA et de** P_L**=10 DA.** On vous informe par ailleurs que ce producteur dispose d'un budget (ressources disponibles) de **RD=CT=7200 DA.**

1. Calculez les quantités optimales **(K, L) qui maximisent** le volume de production totale. **(On vous demande de procéder par la méthode du multiplicateur de Lagrange).**
2. Calculez le niveau de production total à **l'équilibre**.
3. Quelle est la **valeur et la signification économique** du multiplicateur de Lagrange **(λ)** ?
4. Quel est **l'effet d'une augmentation** des ressources disponibles de **100** DA sur le niveau de production totale?
5. Calculez le **TMST** $_{K \text{ à } L}$ pour **K= 7** et **L= 1** et déduisez la valeur du **TMST** $_{L \text{ à } K}$? .
6. Quelle est la **variation nécessaire** du facteur travail pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant de **4 unités la quantité du facteur capital « K »** ?
7. Calculez la valeur **des élasticités partielles** de la fonction de production par rapport respectivement au facteur capital « K » et au facteur travail « L ».
8. Quelle serait la variation de **la production totale (ΔP)** lorsque la quantité du facteur travail « L» augmente de **50%**, toutes choses égales par ailleurs? 1/2
9. Donnez le **degré d'homogénéité (λ)** pour cette fonction de production. Déduisez alors **la nature** des rendements d'échelle.

Bon courage

Université Abderrahmane Mira de Béjaia — Béjaia le 09-06-2013
Faculté SEGC
Niveau = Première Année (LMD)

$\boxed{\text{Corrigé type de l'examen final de } S_2}$

Première partie = Question de Cours =

1 Le principe de la productivité marginale décroissante = Appelée aussi loi de Gossen = En courte période, le production utilise un facteur variable associé avec un autre facteur fixe cette association de facteurs permet dans un premier temps d'obtenir un accroissement du volume de X° réalisée avec un taux 2 croissant. La production réalisée pendant cette phase décroissant du processus va supplément de production qui s'accroit à petites doses: On utilise plus de facteurs et on obtient une augmentation de la production (Une Pm à un rythme décroissant).

1 on veut démontrer que le « TMST » entre deux points d'une même isoquante égale aux rapport des productivités marginales. Pour effectuer cette démonstration on se sert de la différentielle totale de la fonction de production $P=f(K,L)$. On effet: $dP=\frac{\partial P}{\partial K}.dK+\frac{\partial P}{\partial L}.dL$. par ailleurs sur une même isoquante on sait que $\Delta P=0$.

$$dP=0 \iff \underbrace{\frac{\partial P}{\partial K}}_{P_{mK}}.dK+\underbrace{\frac{\partial P}{\partial L}}_{P_{mL}}.dL=0$$

$$dP=0 \iff P_{mK}.dK+P_{mL}.dL=0 \iff P_{mK}.dK=-P_{mL}.dL$$

$$\iff \boxed{\frac{P_{mK}}{P_{mL}}=\left|\frac{-dL}{dK}\right|=TMST}$$ CQFD 1 pts

La condition d'optimalité de production correspond à l'égalité du rapport des productivités marginales à celui des prix des facteurs. $\boxed{\frac{Pmk}{PmL} = \frac{Pk}{PL}}$ 1 pt

/ Dans la théorie néo-classique le comportement rationnel du producteur correspond à la recherche d'un optimum sous contrainte

2 pts

$\begin{cases} \text{Max sous contrainte ou} \\ \text{Min sous contrainte.} \end{cases}$

/ Une fonction de production est dite homogène de degré "λ" ssi : la multiplication des quantités de facteurs "K" et "L" par une constante positive "a" entraîne nécessairement la multiplication du volume produit (P) par a^{λ}. Les rendements d'échelle sont de même nature. C'est-à-dire 1 pts

si $\lambda = 1$ — Constants
si $\lambda > 1$ — Croissants
si $\lambda < 1$ — décroissants

1 pt

$f(aK, aL) = a^{\lambda} f(K,L) = a^{\lambda}.P$

Deuxième partie : Exercice d'application :

$P = f(K,L) = 2K^{0,7}.L^{0,2}$; $PL = 10DA$, $PK = 20DA$.
$CT = RD = 7200\,DA$.

/ Il s'agit de : $\begin{cases} \text{Max } P = f(K,L) = 2K^{0,7}.L^{0,2} \\ S/C \quad CT = K.PK + L.PL = 20K + 10L \\ S/C \quad 7200 = 20K + 10L \end{cases}$ en utilisant la méthode du LAGRANGIEN on peut écrire :

$\mathcal{L} = P + \lambda(CT - K.PK - L.PL)$

$\mathcal{L} = 2K^{0,7}L^{0,2} + \lambda(7200 - 20K - 10L)$

$\mathcal{L} = 2K^{0,7}L^{0,2} + 7200\lambda - 20\lambda K - 10\lambda L$; cette équation admet des solutions ssi,

$\begin{cases} \mathcal{L}'(K) = 0 \iff 1,4K^{-0,3}.L^{0,2} - 20\lambda = 0 & — (1) \\ \mathcal{L}'(L) = 0 \iff 0,4K^{0,7}.L^{-0,8} - 10\lambda = 0 & — (2) \\ \mathcal{L}'(\lambda) = 0 \iff 7200 - 20K - 10L = 0 & — (3) \end{cases}$; on divisant

la 1ère équation sur la 2ème : on aura $\frac{1,4K^{-0,3}.L^{0,2}}{0,4K^{0,7}.L^{-0,8}} = \frac{20\lambda}{10\lambda} = 2$

$\iff \frac{1,4L^{0,8}.L^{0,2}}{0,4K^{0,7}.K^{0,3}} = \frac{2}{1} \iff \frac{1,4L}{0,4K} = 2 \iff 1,4L = 0,8K$

$\boxed{K = \frac{1,4}{0,8}L = 1,75L}$; on remplace $K = 1,75L$ dans (3) :

(3) $\iff 7200 - 20(1,75L) - 10L = 0 \iff 7200 - 35L - 10L = 0$ 1 pts

$7200 - 45L = 0 \iff 7200 = 45L \Rightarrow L = \frac{7200}{45} = \boxed{160}$ unités

$K = 1,75L = 1,75(160) = \boxed{280 \text{ unités}}$; La combinaison optimale est donc $P_0(280, 160)$. 1 pts

2) : la production totale à l'équilibre s'écrit ;

$P_0 = f(K,L) = 2(280)^{0,7}.(160)^{0,2}$ 0,5 pts

) $\lambda = \frac{Pmk}{PK} = \frac{PmL}{PL}$

$\lambda = \frac{1,4K^{-0,3}.L^{0,2}}{20} = \frac{0,4K^{0,7}.L^{-0,8}}{10}$

$$\lambda = \frac{1,4(280)^{-0,3} \cdot (160)^{0,2}}{20} = \frac{0,4(280)^{0,7} \cdot (160)^{-0,8}}{10} = 0,0356$$

$\boxed{\lambda = 0,0356}$ 0,5 pts

λ mesure la variation de la production totale (P) suite à une variation unitaire des ressources disponibles. C'est à dire 1 DA de ressources disponibles en plus permet d'obtenir une augmentation de 0,0356 unités de P. 1 pts

4) L'effet d'une augmentation des ressources disponibles de 100 DA sur la production [on utilise λ].

1 DA $\longrightarrow$ 0,0356

100 DA $\longrightarrow$ x ⇒ x = 3,56 ; la production augmente de $\boxed{3,56 \text{ unités}}$ 1 pts

5) Le $TMST_{K \to L} = \frac{Pm_K}{Pm_L} = \frac{1,4K^{-0,3} \cdot L^{0,2}}{0,4K^{0,7} \cdot L^{-0,8}} = \frac{1,4L^{0,8} \cdot L^{0,2}}{0,4K^{0,7} \cdot K^{0,3}} = \frac{1,4L}{0,4K}$

$TMST_{K \to L} = \frac{1,4(1)}{0,4(7)} = \frac{1,4}{2,8} = \boxed{0,5}$ 1 pts

$TMST_{L \to K} = \frac{1}{TMST_{K \to L}} = \frac{1}{0,5} = \boxed{2}$ 1 pts

6/ On a le TMST de "L" à "K" = 2, c'est à dire que le producteur remplace 2 unités de K par une unité de "L" sans changer la X° initiale (P_0).

Pour remplacer 2K —— il faut 1L

Pour remplacer 4K —— il faut "x" ; $x = \frac{4}{2} = \boxed{2 \text{ unités}}$ 1 pts