

Examen Final --- Microéconomie I --- Le Corrigé-type

I. Questions du cours (05 points)

1. Donnez une définition de la carte d'indifférence du consommateur. **01 pt**

La carte d'indifférence est une représentation graphique qui regroupe l'ensemble des courbes d'indifférence d'un même consommateur où chaque courbe désigne un niveau d'utilité distinct.

2. Qu'est-ce qu'un bien Giffen ? Détaillez votre réponse.

Un bien de Giffen, en microéconomie, est un bien pour lequel une hausse du prix provoque une augmentation de la demande. Un bien Giffen concerne des produits de première nécessité (des biens alimentaires de base surtout) pour lesquels lorsque leur prix augmente, cela provoque une baisse du pouvoir d'achat des consommateurs qui renoncent donc à consommer des biens alimentaires plus chers au profit des aliments de base malgré l'augmentation de prix de ces derniers. **02 pts**

Un bien Giffen un bien dont la quantité demandée augmente lorsque son prix s'élève et inversement, la courbe de demande du bien ayant alors une pente positive. Ces biens sont alors caractérisés par une élasticité -directe positive et une élasticité-revenu négative.

3. Comment le point d'équilibre d'un consommateur est affecté (est modifié) par l'accroissement du prix d'un bien X ? Expliquez tous les changements constatés.

A partir d'un point d'équilibre initial construit par la tangence de la droite budgétaire et d'une courbe d'indifférence, la hausse du prix d'un bien X, avec P_y et R constants, on va constater :

- Le glissement de la droite budgétaire à gauche (R/P_x diminue et R/P_y est constant); **02 pts**
- La pente de cette droite budgétaire ($a = -\frac{P_x}{P_y}$) va changer : a augmente ;
- Le point d'équilibre se déplace vers le bas : baisse du pouvoir d'achat du consommateur.

II. Demande et élasticité (06 points)

D_x est une fonction de demande. $D_x = f(R, P_x, P_y) = R - \frac{13}{2} \cdot P_x^3 + 2 \cdot P_y^2$

Avec un revenu $R=1000$ DA sachant que les prix des biens sont : $P_x=04$ DA et $P_y=03$ DA. Déterminez, en toutes choses égales par ailleurs, à partir du calcul des élasticité :

$$\text{On a } D_x = 1000 - \frac{13}{2} \cdot (4)^3 + 2 \cdot (3)^2 = 602 \text{ unités. } \quad \mathbf{0,5}$$

1. Quelle est la relation entre les biens X et Y ? Justifiez votre réponse.

Calcul de l'élasticité-croisée :

$$\varepsilon_{D_x/P_y} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \cdot \frac{P_y}{D_x} = +2 \cdot (2) \cdot P_y \cdot \frac{P_y}{D_x} = \mathbf{0,06} \quad \mathbf{01}$$

On a obtenu une élasticité-croisée positive ($\varepsilon_{D_x/P_y} > 0$), donc biens X et Y sont des biens substituables (équivalents). Le consommateur peut consommer le bien X à la place de Y et vice-versa. **0,5**

2. Quelle est la variation de D_x obtenue suite à une diminution de P_x de 18 % ?

Calcul de l'élasticité-directe :

$$\varepsilon_{D_x/P_x} = \left| \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \cdot \frac{P_x}{D_x} \right| = \left| -\frac{13}{2} \cdot 3 \cdot (4)^2 \cdot \frac{4}{602} \right| = |-2,07| = \mathbf{2,07} \quad \mathbf{0,5}$$

On a $\varepsilon_{Dx/Px} > 1$ donc **la demande du bien X est élastique**. Une augmentation du prix du bien X (+ 1%) va engendrer une diminution plus que proportionnelle (-2.07%) de Dx.

	$\frac{\Delta Px}{Px}$	$\frac{\Delta Dx}{Dx}$	$\frac{\Delta Dx}{Dx} = \frac{-18\% \cdot (-2,07)\%}{1} = + 37,26 \%$
$\varepsilon_{Dx/Px} = 2,07$	+1 %	-2,07 %	
	-18 %	?	

Ainsi, une diminution de Px de 18 % va accroître le niveau de demande de +37,26 % *toutes choses égales par ailleurs*.

3. Quelle est la **variation relative** du revenu R nécessaire pour accroître la demande du bien X de **90 unités** ?

Calcul de l'élasticité-revenu :

$$\varepsilon_{Dx/R} = \frac{\delta Dx}{\delta R} \cdot \frac{R}{Dx} = +1 \cdot \frac{1000}{602} = 1,66 \quad \text{01}$$

Donc, on a mesuré une **élasticité-revenu positive** ($\varepsilon_{Dx/R} > 1$). Un accroissement du revenu R de 1% va permettre une hausse de la demande du bien X de 1,66 %. Le bien X est donc **un bien de Luxe**.

Ensuite, on transforme la variation de Dx en valeur relative :

$$\frac{\Delta Dx}{Dx} = \frac{+90}{602} \cdot 100 = +14,95 \% \quad \text{0,5}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{+14,95 \cdot 1}{(+1,66)\%} = +9,00 \%$$

Donc, il faut augmenter le niveau du revenu de 9,00 % pour pouvoir obtenir une hausse de la demande du bien X de 14,95% (+90 unités).

01

	$\frac{\Delta R}{R}$	$\frac{\Delta Dx}{Dx}$
$\varepsilon_{Dx/R} = 1,66$	+1 %	+1,66 %
	?	+14,95 %

III. Exercice d'application : Equilibre et TMS (09 points)

Les préférences d'un consommateur rationnel sont représentées par la fonction suivante : $U = f(x, y) = x + 2 \cdot y + 4 \cdot x \cdot y + 18$ où x et y représentent les quantités des biens X et Y. En supposant que les prix unitaires des biens sont respectivement $P_x = 05$ DA et $P_y = 02$ DA et le revenu nominal du consommateur est $R = 522$ DA.

1. Calculez les quantités optimales (x, y) qui maximisent l'utilité totale en utilisant la **méthode de Lagrange**.

La solution arithmétique :

A. La formalisation de l'équilibre du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = x + 2 \cdot y + 4 \cdot x \cdot y + 18 \\ \text{s/c } R = x \cdot p_x + y \cdot p_y = 5 \cdot x + 2 \cdot y = 522 \text{ DA.} \end{cases}$$

B. La construction de la fonction de Lagrange :

$$L = f(x, y) + \lambda \cdot (R - x \cdot p_x - y \cdot p_y)$$

$$L = x + 2 \cdot y + 4 \cdot x \cdot y + 18 + \lambda \cdot (R - 5 \cdot x - 2 \cdot y)$$

C. La résolution du problème : Cette fonction L est optimisée lorsque ses dérivées partielles sont égales à zéro. On va donc calculer et vérifier le moment où les 03 dérivées partielles de L sont égales à zéro.

$$L'(x, y, \lambda) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\delta L}{\delta x} = 1 + 4 \cdot y - \lambda \cdot P_x = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta y} = 2 + 4 \cdot x - \lambda \cdot P_y = 0 \\ \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 + R - x \cdot P_x - y \cdot P_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1 + 4 \cdot y}{P_x} \dots \dots \dots (1) \\ \lambda = \frac{2 + 4 \cdot x}{P_y} \dots \dots \dots (2) \\ R - 5 \cdot x - 2 \cdot y = 0 \dots \dots (3) \end{cases}$$

On a : (1)=(2) $\Leftrightarrow \frac{1+4 \cdot y}{P_x} = \frac{2+4 \cdot x}{P_y} \Leftrightarrow P_y + 4 \cdot y \cdot P_y = 2 \cdot P_x + 4 \cdot x \cdot P_x$

Et $y = \frac{2 \cdot P_x + 4 \cdot x \cdot P_x - P_y}{4 \cdot P_y} \dots \dots \dots (4)$

On remplace y sa valeur dans l'équation (3) :

$\Rightarrow R = x \cdot P_x + \frac{2 \cdot P_x + 4 \cdot x \cdot P_x - P_y}{4 \cdot P_y} \cdot P_y \Leftrightarrow R = \frac{4 \cdot x \cdot P_x + 2 \cdot P_x + 4 \cdot x \cdot P_x - P_y}{4} \Leftrightarrow 4 \cdot R$

$= 8 \cdot (5) \cdot x + 2 \cdot (5) - 2$

$\Leftrightarrow x = \frac{4 \cdot R - 8}{40} = \frac{2080}{40} \Leftrightarrow x = 52 \text{ unités}$

Et $\Leftrightarrow y = \frac{2 \cdot (5) + 4 \cdot 5 \cdot (52) - 2}{4 \cdot (2)} = \frac{1048}{8} \Leftrightarrow y = 131 \text{ unités}$

02 pts

Donc, les quantités optimales qui permettent de maximiser le niveau de l'utilité totale sont $(x, y) = (52, 131)$.

2. Quelle est la valeur du multiplicateur de Lagrange dans le cas de cet exercice ?

La valeur du multiplicateur de Lagrange est calculée à partir de la relation : $\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgy}}{P_y}$.

$\lambda = \frac{U_{mgx}}{P_x} = \frac{U_{mgy}}{P_y} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1 + 4 \cdot y}{P_x} = \frac{2 + 4 \cdot x}{P_y} = 105$.

01

3. Quelle est la variation du revenu de ce consommateur permettant d'accroître le niveau de l'utilité de 15% ?

Au point d'équilibre, on peut calculer le niveau de l'utilité totale:

$Max U = f(52, 131) = (52) + 2(131) + 4 \cdot (52) \cdot (131) + 18 = 27\ 580 \text{ utils}$

0,5

$dU = +15\% \cdot (27\ 580) = +4\ 137 \text{ utils}$

0,5

On sait que le multiplicateur est égal à la relation suivante: $\lambda = \frac{dUT}{dR}$.

La variation du revenu nécessaire est donc : $dR = \frac{dUT}{\lambda} = \frac{+4137}{105} = +39,40 \text{ DA}$

01

Donc, une hausse du revenu de +39,40DA permettra d'élever le niveau de l'utilité totale de 15% (+4 137 utils).

4. Donnez la valeur du TMS $x \text{ à } y$ sur une courbe d'indifférence pour le panier $(x, y) = (100, 40)$.

$TMS_{x \text{ à } y} = \frac{U_{mgx}}{U_{mgy}} = \frac{1+4 \cdot y}{2+4 \cdot x} = \frac{1+4 \cdot (40)}{2+4 \cdot (100)} = \frac{161}{402} = 0,4$.

01

5. Que doit faire le consommateur pour maintenir le même niveau de satisfaction s'il utilise 12 unités du bien Y en moins ?

$$\Delta x = \frac{-12 \cdot (1)}{-0,4} = +30 \text{ unités}$$

Pour garder le même niveau de satisfaction en utilisant 12 unités de Y en moins, le consommateur devra accroître la quantité du bien X de 30 unités.

	Δx	Δy	ΔUt
TMS $x \rightarrow y$ = 0,4	+1 unité	-0,4 unités	0
	?	-12 unités	0

01

6. Donnez, à partir de la fonction U, l'expression de la fonction de demande du bien Y.

A l'équilibre, les quantités optimales représentent les niveaux de demande Dx et Dy.

A l'équilibre, on vérifie que $\begin{cases} \frac{U_{mgx}}{U_{mgy}} = \frac{Px}{Py} \\ R = x \cdot px + y \cdot Py \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+4 \cdot y}{2+4 \cdot x} = \frac{Px}{Py} \\ R = x \cdot px + y \cdot Py \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Py + 4 \cdot y \cdot Py = 2 \cdot Px + 4 \cdot x \cdot Px \\ R = x \cdot px + y \cdot Py \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot y \cdot Py = 2 \cdot Px + 4 \cdot x \cdot Px - Py \\ R = x \cdot px + y \cdot Py \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4 \cdot y \cdot Py + Py - 2 \cdot Px}{4 \cdot Px} \\ R = x \cdot px + y \cdot Py \end{cases}$ On remplace X par cette valeur dans R :

$$\Rightarrow R = \frac{4 \cdot y \cdot Py + Py - 2 \cdot Px}{4 \cdot Px} \cdot Px + y \cdot Py$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{4 \cdot y \cdot Py + Py - 2 \cdot Px}{4} + \frac{4 \cdot y \cdot Py}{4} \Leftrightarrow R = \frac{8 \cdot y \cdot Py + Py - 2 \cdot Px}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot R = 8 \cdot y \cdot Py + Py - 2 \cdot Px$$

$$\Leftrightarrow 8 \cdot y \cdot Py = 4 \cdot R - Py + 2 \cdot Px$$

Ainsi, Q_{dy} ou

$$Dy = f(R, Py) = \frac{4 \cdot R - Py + 2 \cdot Px}{8 \cdot Py}$$

01