Résumé du chapitre 5

Théorème de Gauss

- Enoncé du théorème de Gauss :

$$\Phi = \oiint_{(S_G)} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oiint_{(S_G)} \vec{E}.\vec{n}dS = \frac{Q_{int}(S_G)}{\varepsilon_0}$$

- Intérêt : le théorème de Gauss permet de déterminer le module du champ électrique créé par une distribution de charges en un certain point M de l'espace, dont on connait au préalable le sens et la direction.
- Conséquence : le théorème de Gauss ne s'applique que dans le cas des distributions de charges hautement symétriques (sphères, cylindres infinis, fils infinis, plans infinis).
- Etapes à suivre pour l'application du théorème de Gauss :

- Détermination de la direction et du sens du champ en utilisant les symétries et invariances des distributions :
  - ❖ Symétrie cylindriques (cylindres, fils et plans infinis) : $\vec{E}(M) = E(\rho)\vec{e}_\rho$; $\rho = OM$
  - ❖ Symétrie sphérique (sphères) : $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$; $r = OM$
- Choix de la surface de Gauss, qui doit passer par le point, en fonctions de la symétrie
  - ❖ Symétrie cylindrique : cylindre de rayon de base ρ et de hauteur h
  - ❖ Symétrie sphérique : sphère de rayon r

Conséquences :

- ❖ Le champ électrique est constant sur la surface de Gauss
- ❖ En tout point M de la surface de Gauss : $\begin{cases} \vec{E}//\vec{n} \\ \vec{E} \perp \vec{n} \end{cases}$

Le vecteur unitaire $\vec{n}$ et la normale à la surface de Gauss au point M.

- Calcul du flux du champ électrique à travers la surface de Gauss :

$$\Phi = \oiint_{(S_G)} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oiint_{(S_G)} \vec{E}.\vec{n}dS = \begin{cases} 0 \ si \ \vec{E} \perp \vec{n} \\ \oiint_{(S_G)} EdS \ \ si \ \vec{E}//\vec{n} \end{cases} = \begin{cases} 0 \ si \ \vec{E} \perp \vec{n} \\ ES_G \ si \ \vec{E}//\vec{n} \end{cases}$$

- Calcul de la charge intérieure à la surface de Gauss :
  - ❖ En fonction de la charge englobée par la surface de Gauss : la charge intérieure peut être :
    - ✓ Nulle
    - ✓ égale à une partie de la charge totale
    - ✓ égale à toute la charge totale
  - ❖ en fonction de la nature de distribution de charges (dans le cas de distributions uniformes) : $Q_{int} = \rho \mathcal{V}_{int}$; σS_{int} , λL_{int}
- application du théorème de Gauss et détermination de l'expression générale du champ :

$$\begin{cases} E = 0 \\ ES_G = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = 0 \\ E = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0 S_G} \end{cases}$$

<u>Remarques :</u>

- Dans certains problèmes, les distributions de charges divisent l'espace en plusieurs zones. Dans ce cas, l'expression du champ électrique est différente d'une zone à une autre à travers la surface de gauss et la charge intérieure à cette surface.
- Valeurs de certains surfaces et volumes utile :

- Surface d'une sphère : $S = 4\pi r^2$
- Surface latérale d'un cylindre : $S = 2\pi r h$
- Surface d'un disque : $S = \pi r^2$
- Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Volume d'un cylindre : $V = \pi r^2 h$