CHAPITRE 6

DIPOLE ELECTROSTATIQUE

1. INTRODUCTION

Il existe dans la nature des systèmes globalement neutres mais dont le centre de gravité des charges négatives n'est pas confondu avec celui des charges positives. Un tel système peut souvent être décrit (on dit modéliser) en première approximation par deux charges électrique ponctuelles $(+q)$ et $(-q)$ située à une distance $d = a$ l'une de l'autre. On appelle un tel système de charges un dipole électrostatique. Les molécules telles que H_2O et CO_2 constituent des exemples de dipôles électrostatiques.

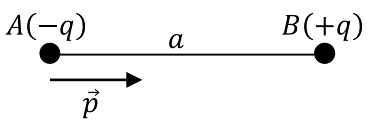
2. DEFINITION

Un dipôle électrostatique est un ensemble de deux charges électriques ponctuelles opposées $(+q)$ et $(-q)$, séparées par une distance a très petite par rapport à la distance r au point M où l'on observe leurs effets.

3. MOMENT DIPOLAIRE

Si les charges $(-q)$ et $(+q)$ sont placées aux points A et B respectivement, alors le moment dipolaire est le vecteur

$$\vec{p} = q\,\overrightarrow{AB}$$



dirigé de $(-q)$ vers $(+q)$.

Son unité dans le système SI est le $C.m$. Cette unité étant très grande, on utilise souvent une autre unité appelée « Debye » de symbole D, telles que :

$$1D = \frac{1}{3}10^{-19}C.m$$

4. POTENTIEL CREE PAR UN DIPOLE LECTROSTATIQUE

Le point M où on veut calculer le potentiel est repéré par ses coordonnées polaires :

$$r = OM \quad et \quad \theta = (OX, OM) = (\vec{\imath}, \overrightarrow{OM})$$

D'après la définition du dipôle électrostatique $r \gg a = AB$. On suppose que O est le centre de AB. Par conséquent, le potentiel V crée en M par le dipôle est :

$$V = K\frac{-q}{AM} + K\frac{+q}{BM} = \frac{q}{K}\left(\frac{1}{BM} - \frac{1}{AM}\right)$$

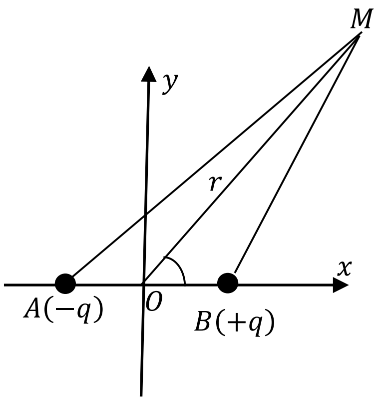
Or

$$(BM)^2 = \left(\overrightarrow{BM}\right)^2 = \left(\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}\right)^2 = \left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB}\right)^2 = (OM)^2 + (OB)^2 - 2\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OB}$$

$$= (OM)^2 + (OB)^2 - 2(OM)(OB)\cos\theta = r^2 + \frac{a^2}{4} - ar\cos\theta$$

Soit

$$BM = r\sqrt{1 - \frac{a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{4r^2}}$$



De même, en changeant θ par $(\pi - \theta)$, on obtient :

$$AM = r\sqrt{1 + \frac{a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{4r^2}}$$

D'où

$$V = \frac{Kq}{r}\left[\left(1 - \frac{a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{4r^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{4r^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

On sait que $r \gg a$ d'où $a/r \ll 1$, on peut donc utiliser le développement limité au premier ordre de la forme :

$$si\ x \ll 1 \Rightarrow \begin{cases}(1+x)^n \approx 1 + nx \\ (1-x)^n \approx 1 - nx\end{cases}$$

On obtient alors :

$$V = \frac{Kq}{r}\left[\left(1 + \frac{a}{2r}\cos\theta\right) - \left(1 - \frac{a}{2r}\cos\theta\right)\right]$$

Ou encore

$$V = K\frac{qa\cos\theta}{r^2} = K\frac{\vec{p}.\vec{r}}{r^3}$$

Pour $\theta = \pi/2$, $V = 0$ pour tous les points du plan médiateur de AB. Ce plan est donc une surface équipotentielle.

5. CHAMP CREE PAR UN DIPOLE ELECTROSTATIQUE

Comme V ne dépend que de r et de θ, seules les composantes E_r et E_θ du champ $\vec{E}$ seront non nulles. On sait que $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$, donc :

$$\begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} = K\dfrac{2p\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = K\dfrac{p\sin\theta}{r^3} \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Le champ crée par un dipôle est proportionnel à $1/r^3$ et le potentiel à $1/r^2$, alors que pour une charge ponctuelle, le champ crée est proportionnel à $1/r^2$ et le potentiel à $1/r$.

A très grande distance du dipôle (M très éloigné), le champ et le potentiel crées par un dipôle seront très négligeables aux champs et potentiels crées par des charges ponctuelles à proximité du dipôle.

6. LIGNES DE CHAMP ET SURFACES EQUIPOTENTIELLES D'UN DIPOLE ELECTROSTATIQUE

6.1 Lignes de champ

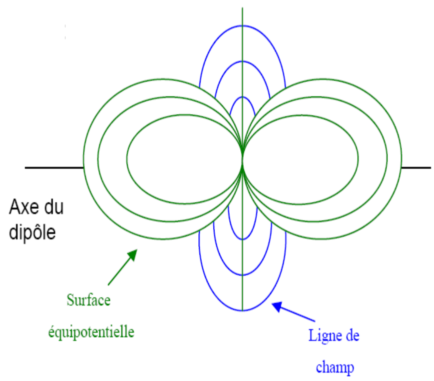
Par définition, un élément $\overrightarrow{dl}$ d'une ligne de champ est tangent à $\vec{E}$. On a :

$$\vec{E}\begin{pmatrix} E_r \\ E_\theta \end{pmatrix}, \ \overrightarrow{dl}\begin{pmatrix} dr \\ rd\theta \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} \ et \ \overrightarrow{dl} \ tangents \Rightarrow \vec{E}\wedge\overrightarrow{dl} = \vec{0} \Rightarrow rE_r d\theta - E_\theta dr = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{E_r}{E_\theta}d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{r} = 2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}d\theta \Rightarrow ln(r) = 2ln|\sin\theta| + ln(c) \Rightarrow r = c(\sin\theta)^2$$



6.2 Surfaces équipotentielles

Par définition, c'est l'ensemble des points pour lesquels le potentiel est constant.

$$V = cste \Rightarrow K\frac{p\cos\theta}{r^2} = cste \Rightarrow r^2 = \acute{c}\cos\theta$$

Ce sont des surfaces de révolution autour de l'axe (OX).

7. ENERGIE D'UN DIPOLE ELECTROSTATIQUE

7.1 Energie interne d'un dipôle

C'est l'énergie contenue dans le dipôle, c'est-à-dire, l'énergie du système formé par les deux charges $(-q)$ et $(+q)$ distantes de a. Elle correspond à l'énergie nécessaire pour amener une charge de l'infini à une distance a de l'autre charge.

Supposons que la charge $(-q)$ est en A et amenons la charge $(+q)$ de l'infini au point B. Le travail mis en jeu et qui correspond à l'énergie interne du dipôle est alors (d'après ce qu'on a vu dans le chapitre précédent) :

$$W = -K\frac{q^2}{a}$$

7.2 Energie d'un dipôle électrostatique placée dans un champ $\vec{E}$

C'est l'énergie nécessaire pour amener les deux charges $(-q)$ et $(+q)$ du dipôle de l'infini à leur position en A et B respectivement en présence d'un champ électrostatique $\vec{E}$. On sait que l'énergie de la charge ponctuelle $(-q)$ dans le champ $\vec{E}$ est :

$$W_A = (-q)(V_A - V_\infty) = -qV_A$$

On sait également que l'énergie de la charge ponctuelle $(+q)$ dans le champ $\vec{E}$ est :

$$W_B = (+q)(V_B - V_\infty) = qV_B$$

Donc l'énergie totale du dipôle dans le champ $\vec{E}$ est :

$$W = W_A + W_B = q(V_B - V_A)$$

Or

$$V_B - V_A = \int_A^B dV \quad et \;\; dV = -\vec{E}.\vec{dl}$$

D'où

$$V_B - V_A = \int_A^B dV = -\int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = -\int_A^B E\,dl\cos\alpha = -E\;\cos\alpha\int_A^B dl = -Ea\cos\alpha = -\vec{E}.\overrightarrow{AB}$$

On a finalement :

$$W = q(V_B - V_A) = -q\vec{E}.\overrightarrow{AB} = -\left(q\overrightarrow{AB}\right).\vec{E} = -\vec{p}.\vec{E}$$

7.3 Mouvement d'un dipôle électrostatique dans un champ $\vec{E}$ uniforme

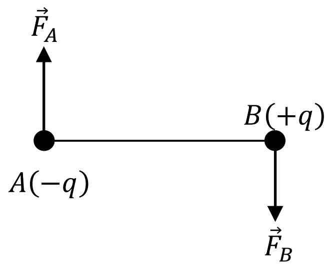
Dans ce cas, le dipôle est soumis à un couple de force de même intensité, de directions différentes et des sens opposés. Ce couple est caractérisé par son moment :

$$\vec{\mathcal{M}} = \overrightarrow{OA}\wedge\vec{F}_A + \overrightarrow{OB}\wedge\vec{F}_B = \overrightarrow{OA}\wedge\left(-q\vec{E}\right) + \overrightarrow{OB}\wedge\left(q\vec{E}\right) = \left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right)\wedge\left(q\vec{E}\right) = \left(q\overrightarrow{AB}\right)\wedge\vec{E}$$

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{p}\wedge\vec{E}$$

Le dipôle est en équilibre si :

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}\wedge\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow pE\sin\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 0$$



On a deux types d'équilibres :

- Si $\alpha = 0$, l'équilibre est dit stable.
- Si $\alpha = \pi$, l'équilibre est dit instable.

Le couple tend à orienter le dipôle de façon à ce que $\vec{p}$ ait la même direction et le même sens que $\vec{E}$. Une application remarquable de ce phénomène est la matérialisation des lignes de champ. En effet, les particules qui forment des dipôles, plongées dans un champ électrostatique $\vec{E}$, s'orientent en dessinant les lignes de champ.