

Chapitre 1 : Les intérêts simples

I. Définitions et formule fondamentale

I. 1. Notion d'intérêt et de taux d'intérêt

L'intérêt est le revenu ou le loyer du capital placé ou prêté, c'est-à-dire l'indemnité à laquelle a droit toute personne (créancier ou prêteur) qui a prêté à une autre personne (débitrice ou emprunteur) une certaine somme d'argent pour une durée bien déterminée.

Cette indemnité sera d'autant plus grande que la durée du prêt est importante ou que le capital prêté est élevé.

Les intérêts simples s'appliquent généralement aux prêts ou placements à court terme (moins d'un an), et ne s'ajoutent pas en fin de période de capitalisation au capital pour produire des intérêts.

Le taux d'intérêt (en %) est le montant d'argent (d'intérêt) rapporté par une unité de capital fixée à 100 DA pendant une année en général.

I. 2. La formule fondamentale

L'intérêt simple est calculé comme étant directement proportionnel au capital, au taux et au temps (durée de placement).

$$I = \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{100}$$

Avec : I : L'intérêt ; C_0 : le capital placé ; t : Taux d'intérêt ; n : Durée de placement.

Dans le calcul de l'intérêt, on peut admettre que le temps soit donné en fraction d'une année. La durée peut donc être exprimée en années, en mois ou en jours. On aura :

- En années : $I = \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{100}$
- En mois : $I = \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{1200}$
- En jours : $I = \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{36000}$

Remarques :

a) L'année civile est différente de l'année commerciale et financière qui est comptabilisée à 360 jours (tous les mois sont comptés à 30 jours). Pour l'année civile, les mois sont comptés à leur juste valeur et l'année à 365 jours ou 366 jours (année bissextile) ;

b) Lorsque la durée de placement est comprise entre deux dates, on compte le nombre total des jours de chaque mois, même si l'année est considérée à 360 jours ;

c) Pour le calcul du nombre de jours, on ne compte pas le jour de départ mais le jour d'arrivée.

Exemple d'application

Soit un capital de 4000 DA placé au taux de 3,75 % du 12 mars au 17 juillet. Quel est l'intérêt produit ?

Solution :

On doit d'abord déterminer la durée de placement en nombre de jours.

Mars : 31-12 = 19 j

Avril : 30 j

Mai : 31 j

Total : $n = 19+30+31+30+17 / n=127$ jours

Juin : 30 j

Juillet : 17 j

$$I = \frac{4000 \cdot 3,75 \cdot 127}{36000} = 52,92 \text{ DA}$$

II. La valeur acquise

On appelle valeur acquise C_n d'un capital initial C_0 placé à un taux t pendant une durée n , la somme du capital initial avec les intérêts qu'il produit.

$$C_n = C_0 + I = C_0 + \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{100} = C_0 \left(1 + \frac{t \cdot n}{100} \right)$$

Exemple d'application

A quel taux est placé un capital de 7650 DA qui acquiert en 120 jours une valeur de 7841,25 DA ?

Solution :

On a: $C_n = C_0 + I \rightarrow I = C_n - C_0, I = 7841,25 - 7650 = 191,25 \text{ DA}$

$$t = \frac{36000 \cdot I}{C_0 \cdot n} = \frac{36000 \cdot 191,25}{7650 \cdot 120}$$

$t = 7.5 \%$

III. Taux moyen de plusieurs placements

Une personne effectue simultanément K placements aux conditions suivantes :

Capitaux	Taux	Durées
C_1	t_1	n_1
C_2	t_2	n_2
\vdots	\vdots	\vdots
C_k	t_k	n_k

Avec t_1, t_2, \dots, t_k n'étant pas égaux entre eux.

L'intérêt total de cet ensemble de placement est égal à :

$$I_G = \frac{C_1 \cdot t_1 \cdot n_1}{36000} + \frac{C_2 \cdot t_2 \cdot n_2}{36000} + \dots + \frac{C_k \cdot t_k \cdot n_k}{36000}$$

Nous appellerons taux moyen de cet ensemble de placement, le taux unique T qui, appliqué aux capitaux placés et pour leur durées respectives, conduirait au même intérêt total.

On aura donc :

$$\frac{C_1 \cdot T \cdot n_1}{36000} + \frac{C_2 \cdot T \cdot n_2}{36000} + \dots + \frac{C_k \cdot T \cdot n_k}{36000} = \frac{C_1 \cdot t_1 \cdot n_1}{36000} + \frac{C_2 \cdot t_2 \cdot n_2}{36000} + \dots + \frac{C_k \cdot t_k \cdot n_k}{36000}$$

$$T \cdot (C_1 \cdot n_1 + C_2 \cdot n_2 + \dots + C_k \cdot n_k) = C_1 \cdot t_1 \cdot n_1 + C_2 \cdot t_2 \cdot n_2 + \dots + C_k \cdot t_k \cdot n_k$$

On obtient :

$$T = \frac{\sum_i^k C_i \cdot t_i \cdot n_i}{\sum_i^k C_i \cdot n_i}$$

NB :

Cette formule de calcul ne dépend pas de l'unité dans laquelle est exprimée la durée de placement.

Exemple d'application

Déterminer le taux moyen de placement pour les capitaux suivants :

Capitaux	Taux	Durées (j)
5000	4	08/06→15/07
4000	3,5	15
6000	3	15/03→ 08/05

Solution :

- Calcul des durées : $n_1 = 37$ jours : $\left\{ \begin{array}{l} \text{juin : } 30 - 8 = 22 \text{ jours} \\ \text{juillet : } 15 \text{ jours} \end{array} \right.$;
- $n_3 = 54$ jours : $\left\{ \begin{array}{l} \text{mars : } 31 - 15 = 16 \text{ jours} \\ \text{avril : } 30 \text{ jours} \\ \text{mai : } 8 \text{ jours} \end{array} \right.$.

- Calcul de T :

$$T = \frac{\sum_i^3 C_i \cdot t_i \cdot n_i}{\sum_i^3 C_i \cdot n_i} = \frac{(5000 \cdot 4 \cdot 37) + (4000 \cdot 3,5 \cdot 15) + (6000 \cdot 3 \cdot 54)}{(5000 \cdot 37) + (4000 \cdot 15) + (6000 \cdot 54)} = 3.37\%$$

IV. La méthode du diviseur fixe

Cette méthode consiste à simplifier le calcul des intérêts simples, elle trouve son utilité dans le calcul de l'intérêt produit par plusieurs capitaux, placés au même taux d'intérêt. Elle est utilisée lorsque la durée de placement est exprimée en jours.

On sait que :

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{36000} = C \cdot n \cdot \frac{t}{36000} = \frac{C \cdot n}{\frac{36000}{t}} ;$$

posant que $D = \frac{36000}{t}$,

On obtient :

$$I = \frac{C \cdot n}{D}$$

V. Les intérêts précomptés et le taux effectif de placement

Les intérêts sont dits précomptés quand ils sont comptés en début de période, c'est-à-dire le jour de la conclusion du contrat de prêt. Dans ce cas, le capital initialement déposé est :

$$C_0^{\wedge} = C_0 - I = C_0 - \frac{C_0 \cdot t \cdot n}{100} = C_0 \left(1 - \frac{t \cdot n}{100}\right)$$

Le taux effectif de placement d'une opération à intérêts précomptés (\hat{t}) est donc supérieur à celui annoncé (t).

Pour cela, on doit d'abord calculer l'intérêt simple comme si son paiement s'effectuera à l'échéance qui sera égal à l'intérêt rapporté par le nouveau capital. On aura :

$$\frac{C_0 \cdot t \cdot n}{100} = \frac{\hat{C}_0 \cdot \hat{t} \cdot n}{100} \rightarrow \hat{t} = \frac{C_0 \cdot t}{\hat{C}_0}$$

Exemple d'application

Une personne place à intérêts précomptés 10000 DA pendant 1 an au taux de 10 %. Quel est le taux effectif de placement ?

Solution :

$$I = \frac{10000 \cdot 10 \cdot 1}{100} = 1000 \text{ DA}$$

Le prêteur perçoit immédiatement cet intérêt, c'est-à-dire que le prêteur n'a déboursé que 9000 DA ($C_0 - I = 10000 - 1000$).

$$\hat{t} = \frac{C_0 \cdot t}{\hat{C}_0} = \frac{10000 \cdot 10}{9000} = 11,11 \%$$

On remarque bien que : $\hat{t} = 11,11\% > t = 10\%$