

UNIVERSITÉ ABDERAHMANE MIRA BEJAIA
Faculté des Sciences Exactes
Département d'Informatique
TD₂-Analyse 4

Exercice 1. Etudier la nature des intégrales impropres suivantes en se servant du critère de la primitive :

$$1. \int_2^{+\infty} \frac{dt}{t \ln t}; 2. \int_1^2 \frac{dt}{t \ln t}; 3. \int_1^{+\infty} \frac{dt}{t \ln t}; 4. \int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}, \alpha \in \mathbb{R}; 5. \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}, \alpha \in \mathbb{R}; 6. \int_0^{+\infty} \sin t dt;$$

$$7. \int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}; 8. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}; 10. \int_0^{+\infty} \frac{t^2 dt}{1+t^2}; 11. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^2 dt}{1+t^2}; 12. \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t(1+t)}$$

Exercice 2. Etudier la nature des intégrales suivantes

$$1. \int_0^1 \frac{1}{t^2} \sin \frac{1}{t^2} dt; 2. \int_0^{+\infty} \sin e^t dt; 3. \int_0^{+\infty} \frac{1}{2 + \cos t} dt; 4. \int_0^{+\infty} \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt; 5. \int_0^{+\infty} \cos t^2 dt.$$

Exercice 3. Soit l'intégrale impropre suivante :

$$I = \int_1^{+\infty} \frac{\sin t}{t^p}, p \in \mathbb{R}$$

1. Pour quelles valeurs du paramètre réel p est elle convergente.
2. Pour quelles valeurs du paramètre réel p est elle absolument convergente. Conclure.

Exercice 4. 1. Démontrer que les deux intégrales sont de même nature

$$I_1 = \int_0^{\infty} \sin t^2 dt; I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$$

2. Démontrer l'inégalité suivante

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \times \frac{1}{\sqrt{2k+1}} \leq \int_{2k\pi}^{(2k+1)\pi} \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$$

3. En déduire la non convergence absolue de I_2 , puis démontrer sa convergence simple. ?