2^{eme} Année STID : ANAD

Corrigé de l'EMD (2021)

Exercice 1 (8pts)

1/ Tableau des distances Euclidiennes

d	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
ω_1	0	3	$\sqrt{13}$	4	1	$\sqrt{29}$
ω_2		0	2	5	4	$\sqrt{26}$
ω_3			0	$\sqrt{13}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{10}$
ω_4				0	$\sqrt{17}$	$\sqrt{5}$
ω_5					0	$\sqrt{34}$
ω_6						0

2) Méthode de liaison moyenne . $\delta = 2,5$

La plus petite distance du tableau est $d(\omega_1, \omega_5) = 1$, on forme $\{\omega_1, \omega_5\}$

	$\{\omega_1,\omega_5\}$	ω_2	ω_3	ω_4	ω_6
$\{\omega_1,\omega_5\}$	0	3,5	$\frac{1}{2}(\sqrt{13}+\sqrt{20})$	$2+\frac{\sqrt{5}}{2}$	$\frac{\sqrt{29}+\sqrt{34}}{2}$
ω_2		0	2	5	$\sqrt{26}$
ω_3			0	$\sqrt{13}$	$\sqrt{26}$
ω_4				0	$\sqrt{5}$
ω_6					0

La plus petite distance $d(\omega_2, \omega_3) = 2 < 2,5$ on forme $\{\omega_2, \omega_3\}$

d	$\{\omega_1,\omega_5\}$	$\{\omega_2,\omega_3\}$	ω_4	ω_6
$\{\omega_1,\omega_5\}$	0	$[3,5+4,]\frac{1}{2}$	$2+\frac{\sqrt{5}}{2}$	$\frac{\sqrt{29}+\sqrt{34}}{2}$
$\{\omega_2,\omega_3\}$		0	$\frac{1}{2}(5+\sqrt{13})$	$\sqrt{26}$
ω_4			0	$\sqrt{5}$
ω_6				0

Toutes les distances sont $> \delta$, on arrête le regroupement :

$P = \{ \{\omega_1, \omega_5\} ; \{\omega_2, \omega_3\} ; \{\omega_4\} ; \{\omega_6\} \}$.

3) Inertie totale.

Centre de gravité $g = \begin{pmatrix} -1/6 \\ 5/6 \end{pmatrix}$

$$I_T = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} d^2(x_i, g) = \frac{1}{6}\Big(\left[(-2+1/6)^2+(2-5/6)^2\right] + \left[(-2+1/6)^2+(-1-5/6)^2\right] + \left[(0+1/6)^2+(-1-5/6)^2\right] + \left[(2+1/6)^2+(2-5/6)^2\right] + \left[(-2+1/6)^2+(3-5/6)^2\right] + \left[(3+1/6)^2+(0-5/6)^2\right]$$

$$I_T = \frac{1}{6\times 36}\Big((-11)^2 + 7^2 + (-11)^2 + (-11)^2 + 1 + (-11)^2 + (13)^2 + 7^2 + (-11)^2 + (13)^2 + 19^2 + 25$$

$$= \frac{605 + 98 + 338 + 361 + 26}{216} = \frac{1428}{216} = 6,6111$$

Inertie inter-classes. $C_1 = \{\omega_1, \omega_5\}$ $C_2 = \{\omega_2, \omega_3\}$ $C_3 = \{\omega_4\}$ $C_4 = \{\omega_6\}$

$$g_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5/2 \end{pmatrix} \quad g_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad g_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad g_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad g = \begin{pmatrix} -1/6 \\ 5/6 \end{pmatrix}$$ 0,5 + 0,5

$$I_B = \sum_{k=1}^{4} P_k \, d^2(g_k, g) = \frac{2}{6}\left(\left[\left(-2+\tfrac{1}{6}\right)^2 + \left(\tfrac{5}{2} - \tfrac{5}{6}\right)^2\right]\right) + \frac{2}{6}\left(\left[\left(-1+\tfrac{1}{6}\right)^2 + \left(-1-\tfrac{5}{6}\right)^2\right]\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(\left[\left(2+\tfrac{1}{6}\right)^2 + \left(2 - \tfrac{5}{6}\right)^2\right]\right) + \frac{1}{6}\left(\left[\left(3+\tfrac{1}{6}\right)^2 + \left(-\tfrac{5}{6}\right)^2\right]\right)$$

$$I_B = \frac{2}{6}\left[\frac{1}{36}(-11)^2 + \frac{1}{36}(10)^2\right] + \frac{2}{6\times 36}\left[25 + (-11)^2\right] + \frac{1}{6\times 36}\left[(13)^2 + (7)^2\right] + \frac{1}{36}\frac{1}{6}\left[19^2 + 2\right.$$

$$= \frac{1}{216}\left(242 + 200 + 50 + 242 + 169 + 49 + 361 + 25\right) = \frac{1338}{216}$$

$$= 6{,}1944.$$

1,5

D'où $I_W = 6{,}611 - 6{,}1944 = 0{,}4167$ 0,5

<u>Exercice 2</u> 7pts

	x_A	x_B	x_C	x_D	x_E	~~x_F~~	~~x_G~~
x_A	0	1	3	6	7		
x_B		0	2	5	6		
x_C			0	3	4		
x_D				0	1		
x_E					0		
~~x_F~~							
~~x_G~~							

1

La + petite distance est $d(x_A, x_B) = 1$, on forme $\{x_A, x_B\}$

	$\{x_A, x_B\}$	x_C	x_D	x_E	~~x_F~~
$\{x_A, x_B\}$	0	3	6	7	
x_C		0	3	4	
x_D			0	1	
x_E				0	
~~x_F~~					

1

La plus petite distance $d(x_D, x_E) = 1$ on forme $\{x_D, x_E\}$ 0,5

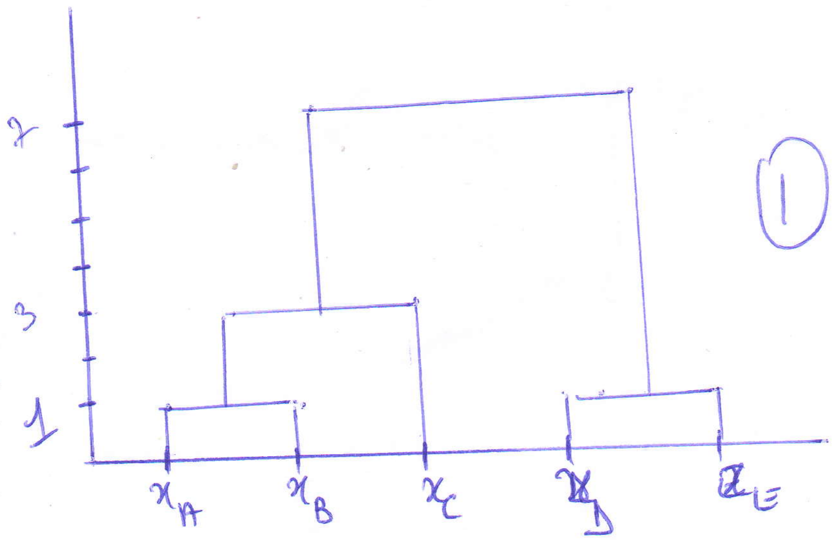
	$\{x_A, x_B\}$	x_C	$\{x_D, x_E\}$
$\{x_A, x_B\}$	0	3	7
x_C		0	4
$\{x_D, x_E\}$			0
x			

La plus petite distance $d(\{x_A;x_B\};x_C)=3$ on forme $\{x_A,x_B,x_C\}$

(0,5)

	$\{x_A,x_B,x_C\}$	$\{x_D,x_E\}$
$\{x_A,x_B;x_C\}$	0	7
$\{x_D,x_E\}$		0

$H = \{\{x_A\},\{x_B\},\{x_C\},\{x_D\},\{x_E\};\{x_A,x_B\};\{x_D,x_E\};\{x_A,x_B,x_C\};$
$\{x_A,x_B,x_C,x_D,x_E\}.\}$ (1)



(1)

(1)

3/ Partition à 2 classes.
On coupe le dengrogramme entre 3 et 7 : $P=\{\{x_A,x_B,x_C\};\{x_D,x_E\}\}$

Partition à 3 classes.
On coupe le dengrogramme entre 1 et 3 $P=\{\{x_A,x_B\};\{x_C\};\{x_D,x_E\}\}$ (1)

Exercice 3 (5 pts)

1/ Centres de gravité $g_1=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $g_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ (1)

2/ Fonction discriminante $Z = 3\sqrt{\frac{2}{13}}X + \sqrt{\frac{2}{13}}Y$ (1)

3) Groupe du 7ème étudiant

$Z_7 = 3\sqrt{\frac{2}{13}}\times 1 + \sqrt{\frac{2}{13}}\cdot 1 = 4\sqrt{\frac{2}{13}}$.

$Z_{g_1} = 3\sqrt{\frac{2}{13}} + 2\sqrt{\frac{2}{13}} = 5\sqrt{\frac{2}{13}}$

(1,5)

$Z_{g_2} = 3\sqrt{\frac{2}{13}} =$

$|Z_7 - Z_{g_1}| = 1\sqrt{\frac{2}{13}} \geq |Z_7 - Z_{g_1}| = \sqrt{\frac{2}{13}}$ − (1,5)

Le 7ème étudiant a ~~plus~~ autant de chance d'être du G1 que G2 (3)