تاسداويت ن بجاية / جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa
Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département des enseignements de base (SEGC-LMD). Toutes les sections. 1ière année SEGC- LMD.
Durée 01h30mn. **Juillet 2021.**

CORRIGÉ-TYPE – EXAMEN FINAL – MICROÉCONOMIE II

I. Les variations de la production : 07 points

p est la formulation du comportement d'un producteur. On a $p = f(k, l) = 8.\ K^{0,75}.l^{0,5}$

1. Calculez la valeur du TMST $_{KàL}$ pour la combinaison $(k, l) = (20, 18)$.

$$TMST_{KàL} = \frac{Pmg_K}{Pmg_L} = \frac{\frac{\delta P}{\delta K}}{\frac{\delta P}{\delta L}} = \frac{0.75.l}{0.5.k} = \frac{0.75*(18)}{0.5*(20)} = \frac{13.5}{10} = 1.35$$

01,5

2. Quelle est alors la variation nécessaire du facteur travail pour pouvoir fabriquer la même quantité de p tout en diminuant de **8** unités la quantité du facteur capital ?

Un $TMST_{KàL} = 1.35$ *indique la possibilité* pour le producteur de fabriquer la même quantité p en remplaçant 1.35 unité de L par une seule unité en plus de K. Pour une baisse de 8 unités de K, la variation de L est :

	ΔL	ΔK	ΔP
$TMST_{KàL}$	-1.35 unité	+1 unité	=0
	ΔL	- 8 unités	=0

$$\Delta L = \frac{-8.(-1.35)}{1} = +10.8\ unités.$$

01,5

Donc, le producteur substitue 10.8 unités de L à 8 unités du facteur K, *en gardant le volume fabriqué constant.*

3. Quelle est la variation relative du capital nécessaire pour obtenir une hausse de la production de **45%** *toutes choses égales par ailleurs ? Réponse avec calculs détaillés.*

On calcule d'abord l'élasticité de P par rapport au facteur K.

$$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = \frac{\delta p}{\delta k}.\frac{k}{p} = \frac{8.(0,75).k^{0.75-1}.l^{0,5}.k}{8.k^{0.75}.l^{0,5}} = 0,75$$

	Δk/k	Δp/p
$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = 0.75$	+1 %	+ 0.75 %
	Var K	+45 %

$$\text{Var K} = \frac{45\ \%.(1)}{0.75} = +\ 60\ \%$$

01,5

Le volume de Production augmente de 45 % lorsque le producteur accroît la quantité du facteur k de 60 % *ceteris paribus.*

4. Cette fonction P est-elle une fonction de production homogène ?

On a $p = f(k, l) = 8.k^{0.75}.l^{0,5}$

Et $f(a.k, a.l) = 8.\ (a.k)^{0.75}.\ (al)^{0,5}$

$$f(a.k, a.l) = 8 * a^{0.75} * k^{0.75} * a^{0,5} * l^{0,5} = a^{0.75+0,5}.8.\ k^{0,75}.\ l^{0,5}$$

$$f(a.k, a.l) = a^{1,25} * p$$

01

Donc p est une fonction de production homogène de degré **λ=1,25**.

Les rendements d'échelle de cette fonction **sont croissants** car le degré d'homogénéité **λ>1**.

5. Quelle sera la variation relative du volume de production si les quantités des facteurs de production capital et travail augmentent simultanément de 80% ? *Avec explication complète et calculs.*

Une hausse simultanée de 80 % de la quantité des facteurs Ket L signifie une multiplication de leurs quantités par 1.8, ce qui revient à calculer : $f(1{,}8.k, 1{,}8.l) = 1{,}8^{1{,}25} * p = 2{,}08.p$

Le volume de la production augmentera de **108 %** pour un accroissement de la quantité de K et L de 80% *toutes choses égales par ailleurs*.

01,5

II. Les productivités physiques des facteurs : 07 points

Soit $\mathcal{P}$ la fonction de production d'une entreprise de fabrication de pièces pour moteurs électriques telle que : $P = f(k,l) = 8.k_0.l^2 - \frac{1}{24}.k_0.l^3$ Où la valeur $\mathcal{P}$ est exprimée en nombre de pièces produites.

On suppose que la quantité du facteur capital est constante. On pose alors $\mathcal{K}=\mathcal{K}_0=6$ unités.

1. Ecrivez l'expression de la fonction de productivité physique totale du facteur travail (PPT_L).

$$PT_L = 48.l^2 - \frac{1}{4}.l^3$$

01

2. Quelle est la quantité du facteur L pour laquelle la productivité totale atteint son maximum ?

La productivité totale sera maximale lorsque sa dérivée première est égale à zéro.

$\mathcal{PTL} = f(k_0, l) = 48.l^2 - 0{,}25.l^3$

$\mathcal{PTL}' = f(k_0, l) = 96.l^1 - 0{,}75.l^2 = 0 \qquad 96.l^1 = 0{,}75.l^2 = 0$

$\mathcal{L} = \frac{96}{0.75} = 128\ unités.$ *Donc la productivité totale est maximisée lorsque la quantité du facteur* *$\mathcal{L}$=128 unités.*

01

3. Quel est volume de PM_L lorsque la courbe PTL atteint son maximum ?

PML= $48.l^1 - 0{,}25.l^2$

Pour $l = 128\ unités$; PML= $48.l(128)^1 - 0{,}25.(128)^2$

PML = **2048** pièces.

01,5

4. Déterminez par deux (2) méthodes la quantité du facteur L qui maximise la productivité moyenne et calculez la valeur de PML à cet instant-là.

01

Méthode 01 : Lorsque PML'=0

PML= $48.l^1 - 0{,}25.l^2$ est maximisée pour PML'= $48. -0{,}5.l^1$ =0

$$l = \frac{48}{0{,}5} = 96\ unités.$$

Méthode 02 : Lorsque PML=Pmg

On a : PML= $48.l^1 - 0{,}25.l^2\ et\ Pmg_L = f(k_0,l) = 96.l^1 - 0{,}75.l^2$

$$48.l^1 - 0{,}25.l^2 = 96.l^1 - 0{,}75.l^2$$
$$0{,}75.l^2 - 0{,}25.l^2 = 96.l^1 - 48.l^1$$

$$0{,}5.l^2 = 48.l^1$$
$$0{,}5.l = 48.$$
$$l = \frac{48}{0{,}5} = 96\ unités$$

01

Les courbes PM et Pmg se croisent pour $l = 96\ unités$ et la courbe PML est alors à son maximum.

5. **Quelles sont les coordonnées du point d'inflexion pour cette fonction ?**

Le point d'inflexion correspond au maximum de Pmg ; l'instant où PTL''=0

$Pmg_L = f'(k_0,l) = 96.l^1 - 0{,}75.l^2$ Cette courbe atteint son maximum lorsque :

$Pmg_{L'} = f''^{(k_0, l)} = 96. -1{,}5. l^1 \Leftrightarrow$ On aura ainsi: $l = \frac{96}{1{,}5} = 64\ unités$ 01,5

Et la valeur de la PT L au point d'inflexion est : $PTL = 48. (64)^2 - 0{,}75. (48)^3 = 131\,072\ pièces.$

Les coordonnées du point d'inflexion sont : (l , PT$_L$) = (64, 131 072)

III. Maximisation de la fonction d'utilité : 06 points

Soit la fonction p qui résume le niveau de production d'une petite entreprise de production de transistors pour appareils électroniques. La fonction p est définie comme suit : $p = f(k, l) = 7. k^{1{,}6}. l^{0{,}4}.$

Les prix unitaires de ces facteurs K et L utilisés sont, respectivement, $P_K = 800$ DA et $P_L = 600$ DA. Le montant des ressources disponibles (CT=Rd) du producteur est de **18 000** DA.

1. Calculez la combinaison optimale de facteurs de production (k, l) qui permettent de maximiser la quantité de pièces fabriquées.

La solution

A. La formalisation de la situation du producteur à l'équilibre :

$$\begin{cases} Max\ p = f(k, l) = 7.\ k^{1{,}6}.\ l^{0{,}4}. \\ {}^{S}/_{C}\ CT = Rd = k.Pk + l.Pl = 800k + 600\,l = 18\,000\ DA. \end{cases}$$

B. La construction de la fonction de Lagrange :

$$F = f(k, l) + \lambda.(Rd - k.Pk - l.Pl)$$
$$F = 7.\ k^{1{,}6}.\ l^{0{,}4} + \lambda.(Rd - 800k - 600\,l)$$

C. La résolution du problème : Cette fonction F est optimisée lorsque ses trois dérivées partielles s'annulent.

A l'équilibre, en utilisant la méthode de lagrange, les quantités optimales sont:

$k = 18\ unités$ e t $l = 6\ unités.$ 01,5

2. Quelle est la variation de ressources disponibles (le coût total) nécessaire pour accroître la production de pièces de 40% ? *Prendre 2 chiffres après la virgule.*

Le volume de production à l'équilibre :

$$Max\ p = f(k, l) = 7.\ (18)^{1{,}6}.\ (6)l^{0{,}4} = 1461.49\ pièces$$ 01

La valeur du multiplicateur : $\lambda = 0{,}16.$ 01

Une hausse de la production de 40% : $dp = +40\%\ (1461.49) =$ 584.6 pièces.

$$\boldsymbol{dRd} = \frac{dp}{\lambda} = \frac{584.6}{0{,}16} = \mathbf{+3\,653.72\ DA.}$$

En conclusion, pour accroître la production de 40% (584.6pièces), le producteur apportera un supplément de ressources disponibles de $+\mathbf{3\,653.72}\ DA$. 01

3. Donnez une représentation graphique de la situation du producteur pour les deux situations d'équilibre (III.1 et III.2).

01,5