Université Abderrahmane Mira de Béjaia.
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la formation initiale SEGC-L.M.D-
Première année SEGC- LMD. Toutes les sections.

Jeudi 08-07-2021

جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa

Microéconomie II : Examen de récupération

Recommandations :

1. Présentez une copie propre et bien rédigée.
2. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
3. Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons,…).
4. L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
5. Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
6. Justifiez par le calcul les résultats trouvés.

Partie 1 : Propriétés des fonctions de production homogènes et la loi des rendements décroissants (07 points) :

Soient les fonctions de production suivantes :

$\boldsymbol{p = f(k, l) = ck^{\propto}. l^{\beta}}$ (c, α et β sont des paramètres positifs)

1/ La fonction de production ci-dessus vérifie-t-elle la première propriété des fonctions homogènes ? *(Justifiez suffisamment votre réponse).*

2/ Posons $\propto = \mathbf{0,5}$ et $\boldsymbol{\beta = 0,75}$, la fonction $\boldsymbol{p}$ vérifie-t-elle la loi des rendements décroissants pour les deux facteurs de production K et L ?

Partie 2 : Taux marginal de substitution technique, l'équilibre du producteur et les élasticités partielles de la production (13 points) :

Soit la fonction $\boldsymbol{p}$ décrivant la technique de production d'une entreprise spécialisée dans la fabrication des téléviseurs : $\boldsymbol{p = f(k, l) = 2\ k^{\alpha}. l^{\beta}}$ (α et β sont des paramètres positifs).

Les prix unitaires de ces facteurs K et L utilisés sont respectivement : $\mathbf{P_K = 15}$ **DA** et $\mathbf{P_L = 06}$ **DA**. Le montant des ressources disponibles (CT = Rd) du producteur est de **1860** **DA**

1/ Calculez la valeur du $TMST_{K\,à\,L}$ au point de l'équilibre.

2/ Supposons que $\propto = \mathbf{0,75}$ et $\boldsymbol{\beta = 0,8}$ **.** Quel est l'effet d'une diminution du facteur L de **20 unités** sur le volume de production ? *(Donnez une réponse complète).*

3/ Quelle est la variation des ressources disponibles correspondante à la diminution du facteur L de **20 unités** ? *(Prenez deux chiffres après la virgule).*

4/ Quelle est la variation nécessaire du facteur travail pour produire le même volume de production tout en diminuant la quantité du facteur capital de **5%** ? (*Donnez une réponse complète*)

5/ Quelle est la variation relative du volume de production obtenue lors d'un accroissement simultané des quantités de facteurs de production K et L de **180%** ? *(Prenez deux chiffres après la virgule).*

6/ Quelle est la variation nécessaire des ressources disponibles pour atteindre un niveau de production de **3540 téléviseurs** ?

Travaillez-bien !
L'équipe pédagogique.

Corrigé-type de l'examen de remplacement - Microéconomie 2-

Partie 1 : Propriétés des fonctions de production homogènes et la loi des rendements décroissants (07 points) :

$\boldsymbol{p = f(k,l) = ck^{\propto}.\, l^{\beta}}$ (c, α et β sont des paramètres positifs)

1/ La fonction de production ci-dessus vérifie-t-elle la première propriété des fonctions homogènes ?

a. La première propriété des fonctions homogènes :

Les fonctions homogènes de degré ($\boldsymbol{\lambda}$) admettent des dérivées partielles qui sont elles-mêmes des fonctions homogènes de degré **(λ-1)**. **(0,5pt)**

b. La fonction de production p est-elle homogène ?

$\boldsymbol{p}$ est une fonction de production homogène, ssi : $\forall a \in R^{+} - \{0\}, on\ a: f(ak, al) = a^{\lambda} f(k,l) = a^{\lambda}\, p$

$f(ak, al) = c(ak)^{\propto}(al)^{\beta} = a^{\alpha}a^{\beta}ck^{\alpha}l^{\beta} = a^{\alpha+\beta}ck^{\alpha}l^{\beta} = a^{\alpha+\beta}\, f(k,l) = a^{\alpha+\beta}\, p = a^{\lambda}\, p.$

Donc, $\boldsymbol{p}$ est une fonction de production homogène (FPH) de degré $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta}$. **(01pt)**

c. Les dérivées partielles de la fonction $\boldsymbol{p}$:

Les dérivées partielles d'une fonction de production représentent les productivités physiques marginales des facteurs de production (K) et (L) respectifs. On doit vérifier est-ce que ces productivités physiques marginales sont homogènes de degré $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta - 1}$.

c.1 La productivité physique marginale du facteur capital « K » :

$\mathrm{PPmg_k} = \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{k}} = \propto ck^{\alpha-1}l^{\beta} = f_k'(k,l) \ldots \ldots .. \boldsymbol{(0,5pt)}.$

$\mathrm{PPmg_k}$ est homogène, ssi : $\forall a \in R^{+} - \{0\}, on\ a: f_k'(ak, al) = \propto c(ak)^{\alpha-1}(al)^{\beta} = a^{\propto+\beta-1} \propto c(k)^{\alpha-1}(l)^{\beta} = a^{\propto+\beta-1}\, f_k'(k,l) = a^{\propto+\beta-1}\, \mathrm{PPmg_k} = a^{\lambda}\, \mathrm{PPmg_k} \ldots \ldots . \boldsymbol{(01pt)}.$

Donc, $\mathrm{PPmg_k}$ est une fonction homogène de degré $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta - 1}$. De ce fait, elle vérifie la première propriété des fonctions homogènes. **(0,25pt).**

c.2 La productivité physique marginale du facteur travail « L » :

$\mathrm{PPmg_l} = \frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{l}} = \beta ck^{\alpha}l^{\beta-1} = f_l'(k,l) \ldots \ldots .. \boldsymbol{(0,5pt)}$

$\mathrm{PPmg_l}$ est homogène, ssi : $\forall a \in R^{+} - \{0\}, on\ a: f_l'(ak, al) = \beta c(ak)^{\alpha}(al)^{\beta-1} = a^{\propto+\beta-1}\beta c(k)^{\alpha}(l)^{\beta-1} = a^{\propto+\beta-1}\, f_l'(k,l) = a^{\propto+\beta-1}\, \mathrm{PPmg_l} = a^{\lambda}\, \mathrm{PPmg_l} \ldots \ldots \boldsymbol{(01pt)}.$

Donc, $\mathrm{PPmg_l}$ est une fonction homogène de degré $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta - 1}$. De ce fait, elle vérifie la première propriété des fonctions homogènes. **(0,25pt).**

2/ Posons $\propto = \mathbf{0,5}$ et $\boldsymbol{\beta = 0,75}$, la fonction $\boldsymbol{p}$ vérifie-t-elle la loi des rendements décroissants pour les deux facteurs de production K et L ?

La fonction de production $\boldsymbol{p}$ devient : $\boldsymbol{p = f(k,l) = ck^{0,5}.l^{0,75}}$**.** La loi des rendements marginaux décroissants correspond à la phase de production où la productivité physique marginale est décroissante. Pour vérifier que cette loi est respectée dans le cas des deux facteurs de production K et L, on doit démontrer que les productivités physiques marginales respectives sont décroissantes.

$\mathrm{PPmg_k} = \frac{\partial p}{\partial k} = 0{,}5ck^{-0,5}l^{0,75}$. $\frac{\partial \mathrm{PPmg_k}}{\partial k} = (-0{,}5)(0{,}5)\mathrm{c}k^{-1,5}\mathrm{l}^{0,75} < 0 \Rightarrow$ La loi des rendements marginaux décroissants est vérifiée pour le facteur capital **(01pt).**

$\mathrm{PPmg_l} = \frac{\partial p}{\partial l} = 0{,}75ck^{0,5}l^{-0,25}$. $\frac{\partial \mathrm{PPmg_l}}{\partial l} = (-0{,}25)(0{,}75)\mathrm{c}k^{0,5}\mathrm{l}^{-1,25} < 0 \Rightarrow$ La loi des rendements marginaux décroissants est vérifiée pour le facteur travail **(01pt).**

Partie 2 : Taux marginal de substitution technique, l'équilibre du producteur et les élasticités partielles de la production (13 points) :

$\boldsymbol{p = f(k,l) = 2\,k^{\alpha}.l^{\beta}}$ (α et β sont des paramètres positifs). $\mathbf{P_K = 15}$ **DA** et $\mathbf{P_L = 06}$ **DA**. **Rd = 1860** **DA**

1/ Calculez la valeur du TMST $_{\text{K à L}}$ au point de l'équilibre.

À l'équilibre, le $\mathbf{TMST_{K\,à\,L}} = \frac{\mathrm{PPmg_k}}{\mathrm{PPmg_l}} = \frac{\mathrm{P_K}}{\mathrm{P_L}} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$……..**(01pt)**

2/ Supposons que $\propto = \mathbf{0,75}$ et $\boldsymbol{\beta = 0,8}$ **.** Quel est l'effet d'une diminution du facteur L de **20 unités** sur le volume de production ? *(Donnez une réponse complète).*

Cet effet est déterminé par le calcul de l'élasticité partielle de la production par rapport au facteur travail (L), mais avant tout, on doit calculer les quantités des facteurs de production K et L à l'équilibre :

a. La combinaison optimale des facteurs de production K et L :

À l'équilibre, on a : $\begin{cases} \frac{\mathrm{PPmg_k}}{\mathrm{P_K}} = \frac{\mathrm{PPmg_l}}{\mathrm{P_L}} \\ \mathrm{RD} = \mathrm{P_K k} + \mathrm{P_L l} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(0,75)k^{-0,25}l^{0,8}}{15} = \frac{2(0,8)k^{0,75}l^{-0,2}}{6} \\ 1860 = 15\mathrm{k} + 6\mathrm{l} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\mathrm{l} = 16\mathrm{k} \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 1860 = 15\mathrm{k} + 6\mathrm{l} \ldots (2) \end{cases}$

On remplace (6L) par (16K) dans (2), on obtient : $\mathrm{k_E} = \frac{1860}{31} = 60$ unités et $\mathrm{l_E} = \frac{16}{6}(60) = 160$ Unités

Donc, la combinaison optimale est : $\mathbf{E(k_E, l_E) = (60, 160)}$ …… **(01pt).**

b. L'élasticité de la production par rapport au facteur travail :

$\mathrm{e_{P/L}} = \frac{\partial p}{\partial l} * \frac{\mathrm{l}}{\mathrm{p}} = 2(0{,}8)k^{0,75}l^{-0,2} * \frac{l}{2\,k^{0,75}l^{0,8}} = 0{,}8$ …… **(0,5pt).**

c. La variation relative de la quantité utilisée du facteur travail :

$\frac{\Delta \mathrm{l}}{\mathrm{l}} * 100\% = \frac{-20}{160} * 100\% = -12{,}5\%$ ……… **(0,5pt).**

d. La variation relative du volume de production :

	$\frac{\Delta L}{L}$	$\frac{\Delta p}{p}$	
$e_{P/L} = 0{,}8$	$+1\%$ $-12{,}5\%$	$+\mathbf{0{,}8\%}$ $\frac{\Delta p}{p}$	$\Big\} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{(-12{,}5\%) * (+0{,}8\%)}{+1\%} = -10\%$ .... **(01 Pt)**

Le volume de production diminue de 10%, suite à une diminution de 20 unités (12,5%) du facteur travail L….**(0,5pt).**

3/ Quelle est la variation des ressources disponibles correspondante à la diminution du facteur L de **20 unités** ? *(Prenez deux chiffres après la virgule).*

a. La quantité produite à l'équilibre :

$p_{max} = f(60{,}160) = 2(60)^{0{,}75}(160)^{0{,}8} \cong 2500$ Téléviseurs ..... **(0, 5pt).**

b. La variation absolue de la production :

$\frac{\Delta p}{p_{max}} * 100\% = -10\% \Rightarrow \Delta p = -0{,}1 * p_{max} = -0{,}1 * 2500 = -250$ Téléviseurs .... **(0, 5pt).**

c. La valeur de λ :

$$\boldsymbol{\lambda}: \begin{cases} \frac{2(0{,}75)(60)^{-0{,}25}(160)^{0{,}8}}{15} \cong 2{,}08\ Téléviseurs/DA \\ \frac{2(0{,}8)(60)^{0{,}75}(160)^{-0{,}2}}{6} \cong 2{,}08\ Téléviseurs/DA \end{cases} \quad \mathbf{(0, 5pt)}$$

d. La variation correspondante des ressources disponibles :

	ΔRD	Δp	
$\boldsymbol{\lambda} = 2{,}08$	$+1DA$ ΔRD	$+2{,}08$ Téléviseurs -250 Téléviseurs	$\Big\} \Rightarrow \Delta RD = \frac{(+1) * (-250)}{+2{,}08} = -120{,}19DA$ .... **(01pt)**

Une diminution de 20 unités (12,5%) du facteur travail entraîne une diminution des ressources disponibles de 120,19DA…..**(0,5pt).**

4/ Quelle est la variation nécessaire du facteur travail pour produire le même volume de production tout en diminuant la quantité du facteur capital de **5%** ? (*Donnez une réponse complète*)

a. La variation absolue de K :

$\frac{\Delta k}{k_E} * 100\% = -05\% \Rightarrow \Delta k = -0{,}05 * k_E = -0{,}05 * 60 = -3$ Unités .... **(0, 5pt).**

b. La variation nécessaire du facteur travail :

	Δl	Δk	Δp	
$TMST_{K\,à\,L} = 2{,}5$	$-2{,}5$ Δl	$+1$ $\mathbf{-3}$	0 $\mathbf{0}$	$\Big\} \Rightarrow \Delta y = \frac{(-2{,}5) * (-3)}{+1} = +7{,}5$ Unités .... **(01pt)**

Pour avoir le même volume de production tout en diminuant le facteur K de 5% (3unités), le producteur doit augmenter le facteur travail de 7,5 unités…….**(0,5pt).**

5/ Quelle est la variation relative du volume de production obtenue lors d'un accroissement simultané des quantités de facteurs de production K et L de **180%** ? *(Prenez deux chiffres après la virgule).*

a. La fonction de production p est-elle homogène ?

$\boldsymbol{p}$ est une fonction de production homogène, ssi : $\forall a \in R^{+} - \{0\}, on\ a: f(ak, al) = a^{\lambda} f(k, l) = a^{\lambda} p$

$f(ak, al) = 2(ak)^{0,75}(al)^{0,8} = a^{0,75}a^{0,8}2\,k^{0,75}l^{0,8} = a^{0,75+0,8}2k^{0,75}l^{0,8} = a^{1,55} f(k, l) = a^{1,55}\, p = a^{\lambda}\, p.$

Donc, p est une fonction de production homogène (FPH) de degré $\lambda = 1{,}55$ **(0,5pt).**

b. La variation relative du volume de production :

Une augmentation simultanée des quantités de facteurs de production K et L de 180% revient à multiplier ces quantités par 2,8, on aura donc :

$f(2{,}8k\,; 2{,}8l) = 2{,}8^{1,55}\, p \cong 4{,}93\, p \ldots\ldots$ $(\mathbf{0{,}5pt})$.

$\frac{\Delta p}{p} * 100\% = \left(\frac{4{,}93\,p - p}{p}\right) * 100\% = +\,393\%$. Le volume de production augmente de 393%, si les quantités de facteurs de production augmentent simultanément de 180%.....**(01pt).**

6/ Quelle est la variation nécessaire des ressources disponibles pour atteindre un niveau de production de **3540 téléviseurs** ?

a. La variation de la quantité produite :

$\Delta p = p - p_{max} = 3540 - 2500 = 1040\ Téléviseurs \ldots\ldots$ $(\mathbf{0{,}5pt})$.

b. La variation nécessaire des ressources disponibles

	ΔRD	**Δp**	
$\boldsymbol{\lambda} = 2{,}08$	+1DA ΔRD	+ 2,08 Téléviseurs +1040 Téléviseurs	$\Bigg\} \Rightarrow \Delta RD = \frac{(+1) * (+1040)}{+2{,}08} = +500DA \ldots\ldots$ $(\mathbf{0{,}5pt})$

Pour atteindre un volume de production de 3540 téléviseurs, le producteur doit augmenter ses ressources de 500DA…..**(0,5pt).**