

# corrigé ANAD Avancéé (PSA) 2021 : Ratification.

## Exercice 1

1) Espace des individus  $\mathbb{R}^p$ , Espace des variables  $\mathbb{R}^q$ . (1)

2) Si on se place sur  $\mathbb{R}^p$ ,  $V = \sum_{i=1}^p \lambda_i^2 \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T$  (1)

$\tilde{\mathbf{x}}$  tableau centre,  $D_p$ : la m<sup>e</sup>trique des poids. (0,5)

3) Composante principale  $w = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{x}} \text{ et } (1) \text{ est la vp de } V \text{ normée}$

$\bar{w} = 0$  et  $\text{Var}(w) = \lambda$  où  $\lambda$  est la vp de  $V$  associée à  $w$ .

## Exercice 2 (15pt)

1) Espace des individus  $\mathbb{R}^6$ , Espace des variables  $\mathbb{R}^7$  (1)

2) Analyse effectuée est l'A.C.P. normée car la matrice à diagonaliser est la matrice des corrélations (1)

3) Il est préférable de se placer sur l'espace des individus  $\mathbb{R}^6$  car dans ce cas la matrice à diagonaliser est de dimension  $6 \times 6$  alors que sur  $\mathbb{R}^7$  elle est de  $\dim 7 \times 7$ .

4) Interprétation du tableau 2 : Matrice des corrélations forte corrélation (liaison linéaire) entre les 2 variables (2)

$$\text{exp corr}(KPH, DS) = 0,8775 ; \quad \text{corr}(CPV, DV) = 0,95583$$

Il y a une rédundance d'information, d'où la nécessité de réduire la matrice des données initiale. (1)

5) Dernière vp :  $\lambda_6 = 6 - (5,201 + 0,310 + 0,255 + 0,126 + 0,074) = 0,034$

6) Dimension du nouveau tableau réduit, il faut calculer  $I$  et  $I_C$

	I %	I <sub>C</sub> %
5,201	86,68	86,68
0,310	5,16	91,84
0,255	4,25	95,09
0,126	2,1	98,19
0,074	1,23	99,42
0,034	0,52	100

Avec un seul axe factoriel, on récupère 86,68% l'information contenue dans le tableau initial soit une perte de 13,32.

Un seul axe suffit

dim du nouveau tableau dim  $V = (8, 1)$

7) les indicateurs qui ont contribué le plus à la construction du plan

Indicateurs	$C_r^{(1,2)} \%$
H.P	21,72
Toshiba	
Acer	
Samsung	
Sony	
IBM	
Siemens	
Zalot	24,30

Sony est micro-ordinateur qui a contribué le plus à la construction du plan, puis IBM, Samsung Zalot en fin H.P

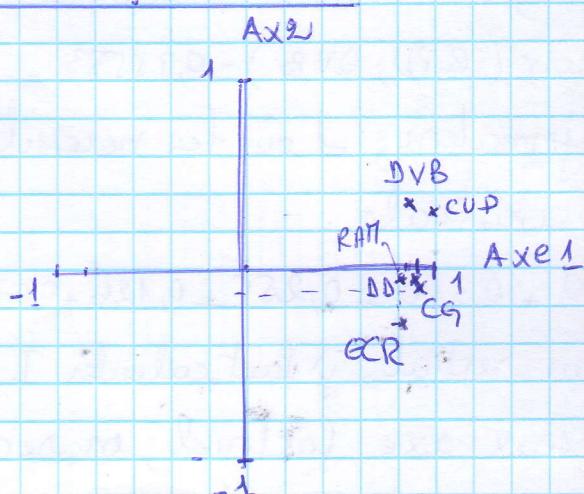
(1)

8) Tableau 4

Caractéristiques	$C_r^{(1,2)} \%$
C.P.U	94,98
D.D	91,24
R.A.M	83,48
C.G	90,53
D.V.B	97,14
E.C.R	90,66

$$C_r^{(1,2)} = C_r^{(1)} + C_r^{(2)} = (\vartheta^1)^2 + (\vartheta^2)^2$$

(1)



$$\text{corr}(\tilde{x}^{\delta}, w^{(1)}) = (\vartheta^{\delta})^{(1)}$$

$$\text{corr}(\tilde{x}^{\delta}, w^{(2)}) = (\vartheta^{\delta})^{(2)}$$

(1)

Toutes les caractéristiques sont très corrélées avec l'axe 1, pas loin de l'origine, alors elles sont toutes très bien représentées sur le premier axe, l'axe 1 ou 1<sup>ère</sup> nouvelle variable suffit pour résumer le maximum d'information contenue dans

(1)

le tableau de données.

9) Un seul axe renferme le maximum d'information  
le deuxième axe complète la partie d'information,  
une seule variable qui n'est pas bien représentée sur le plan  
donc même sur le premier axe est Toshiba.  
Le meilleur micro-ordinateur est HP.  
Les caractéristiques qui définissent les ordinateurs le plus, sont  
CPU, DV B et ECR.

(2)