Exercices Supplémentaires Sur Les Suites

Exercice1. Calculer la limite de la suite (u_n) dans les cas suivants:

■$u_n = 3n^2 - n^3$ ■ $u_n = \dfrac{-3n^3 + n}{n^2 + n - 2n^3}$ ■ $u_n = \dfrac{-n + 3n^2\sqrt{n} - 2}{n - 2n^2 - 1}$ ■ $u_n = \dfrac{-n\sqrt[3]{n^2} + 5}{n^2 - 1}$ ■ $u_n = \dfrac{3n^4 - n^2 - 1}{-n^2 - 1}$

■$u_n = \sqrt{n} - \dfrac{n^2}{3}$ ■ $u_n = (-3)^n$ ■ $u_n = \dfrac{-3^n}{2^{2n}}$ ■ $u_n = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} + \left(-\dfrac{2}{3}\right)^n$ ■ $u_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n$ ■ $u_n = \dfrac{(-1)^n}{2^n}$

■$u_n = \dfrac{2^n + 3^n - 5^n}{4^n}$ ■$u_n = \left(\dfrac{3}{5}\right)^n \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ ■ $u_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$ ■$u_n = \left(\dfrac{4n}{2n+1}\right)^3$ ■$u_n = \left(\dfrac{2n-3}{3n+7}\right)^n$.

Exercice2. Soit la suite (u_n) telle que:

$$u_0 = 1,\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}\ , \forall n \in \mathbb{N}.$$

1. Vérifier que pour tout entier $n, u_n < 3$.
2. Vérifier que (u_n) est une suite croissante.
3. La suite (u_n) est-elle convergente? Si oui, trouver sa limite.

Exercice3. Soit la suite (u_n) telle que:

$$u_0 = \frac{3}{2},\ u_{n+1} = \frac{4 + 3u_n}{3 + 2u_n}.$$

1. Vérifier que pour tout entier $n, u_n > \sqrt{2}$.
2. Vérifier que (u_n) est une suite décroissante.
3. La suite (u_n) est-elle convergente? Si oui, trouver sa limite.

Exercice4. On considère les trois suites $(u_n), (v_n)$ *et* (w_n) définie respectivement par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + v_n}{4} \end{cases} ; \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases} \ et\ \ w_n = u_n - v_n.$$

1. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique.
2. Donner sa raison q et son premier terme w_0.
3. Exprimer w_n en fonction de n.
4. Vérifier que $w_n \leq 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
5. Calculer la limite de w_n.
6. Déduire que les deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.
7. Que peut-on dire des suites (u_n) et (v_n).

NB : Le corrigé sera envoyé par email à celui ou celle qui me remettra ce travail (dans un double feuille). Il suffit de me contacter à mon email.