

Chapitre 3 - Algèbre de Boole et Circuits Logiques

Série TD3 (2021-2022 Semestre 1)



Q1 – Indiquez la nature des éléments cités ci-dessous

Eléments	Nature des éléments		
	Axiome	théorème	Opérateur
Idempotence	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Commutativité	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Associativité	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inhibition	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Absorption	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
DeMorgan	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ET logique (.)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
OU logique (+)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Négation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Complémentarité	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Distributivité	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Q2 – Complétez les tableaux ci-dessous :

Loi "+"	Nom de la propriété
$x + x = x$	
$x + y = y + x$	
$x+y+z = x+(y+z) = (x+y)+z$	
$x + 0 = x$	
$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	
$\bar{x} + x = 1$	

Loi "."	Nom de la propriété
$x \cdot x = x$	
$x \cdot y = y \cdot x$	
$x \cdot y \cdot z = x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	
$x \cdot 1 = x$	
$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$	
$\bar{x} \cdot x = 0$	

Propriété	Nom de la propriété
$\sum_{i=0}^n k_i = \prod_{i=0}^n r_i$	

Q3 – Le principe de dualité stipule qu'on peut déduire à partir de toute formule une nouvelle formule en remplaçant les valeurs « 1 » par « 0 » et inversement et la loi « . » par la loi « + » et inversement. Une attention doit être accordée à la priorité des opérateurs « . » et « + » lors du passage d'une formule à sa duale. En effet, l'opérateur « . » est prioritaire par rapport à l'opérateur « + » et pour ne pas faire d'erreurs, il suffit de mettre d'abord les parenthèses.

Vrai Faux

Q4 – Indiquez à quelle propriété correspondent les formules suivantes ?

$$\overline{x + y + z} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \quad \bar{x} \cdot \bar{z} = \bar{x} + \bar{z}$$

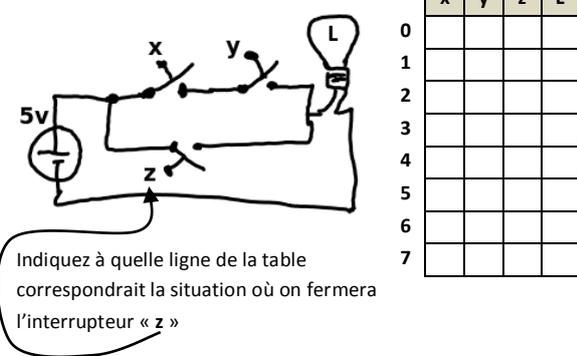
Q5 – Dans l'algèbre des circuits logiques, les états logiques « 1 » et « 0 » correspondent à :

- Des niveaux de tension proches de 0V pour le « 0 » logique) et généralement proches de 5v pour le « 1 » logique
- Des niveaux de tension proches de 0V pour le « 0 » logique) et généralement proches de 220v pour le « 1 » logique
- Une fréquence d'une horloge comprise entre 0 et 5
- Deux états magnétiques (binaire du genre zone magnétisée pour le « 1 » logique ou non magnétisée pour le « 0 » logique) dans une banque magnétique
- Toutes les valeurs du courant électrique comprises en 0 et 1 ampère
- Deux états d'une lampe (allumée ou éteinte)

Q6 – Complétez le tableau ci-dessous :

Etat électrique	Etat logique	Etat électrique	Etat logique

Q7 – En supposant que l'on représente 3 variables booléennes « x », « y » et « z » par 3 interrupteurs et une fonction « L » par une lampe, donnez la table de vérité qui définit la fonction « $L=f(x,y,z)$ » représentée dans la figure ci-dessous et indiquez à quelle situation correspond l'état représenté.



Q8 – Si vous avez 5 variables, combien de lignes (hors mis la première ligne d'entête) allez-vous avoir dans la table de vérité représentant la fonction $F = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$:

Q9 – Donnez la table de vérité d'une fonction F à 3 variable a, b et c sachant que cette fonction est à « 1 » uniquement lorsque la valeur représentée par a, b et c est un nombre premier.

a	b	c	F(a,b,c)

Donnez F sous sa forme canonique disjonctive :

Q10 – Indiquez les lois (axiomes et théorèmes) utilisés dans les démonstrations ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 L &= abcd + a\bar{b}cd + ac\bar{d} + \bar{c} + ac\bar{c}d \\
 L &= abcd + a\bar{b}cd + ac\bar{d} + \bar{c} + 0 \\
 L &= abcd + a\bar{b}cd + ac\bar{d} + \bar{c} \\
 L &= ac(bd + \bar{b}d + \bar{d}) + \bar{c} \\
 L &= ac(\bar{b} + d + \bar{d}) + \bar{c} \\
 L &= ac(\bar{b} + 1) + \bar{c} \\
 L &= ac + \bar{c} \\
 \boxed{L} &= \bar{c} + a
 \end{aligned}$$

Transformation algébrique	Théorème ou axiome appliqué
①	
②	
③	
④	
⑤	
⑥	
⑦	
⑧	

Q11 – Indique le nom de l'opérateur issu des formules suivantes :

Transformation algébrique	Opérateur
$xy + \bar{x} \cdot \bar{y} = x \oplus y$	
$\bar{x}y + x \cdot \bar{y} = x \oplus y$	
$\bar{x} \cdot \bar{y} = x \uparrow y$	
$\bar{x} + \bar{y} = x \downarrow y$	

Q12 – Complétez la table de vérité suivante :

a	b	$x \downarrow y$	$x \uparrow y$	$x \oplus y$	$x \bar{\oplus} y$

Q13 – FCD, Simplification et logigramme de la fonction $f(a, b, c, d) = \sum(0, 1, 4, 5, 6, 7, 10, 14, 15)$

A - Donnez la forme canonique disjonctive de la fonction suivante

B – Simplifiez par la méthode algébrique la fonction F

C – Simplifiez par la Karnaugh la fonction F

D – Donnez le logigramme de F (en vous basant sur sa forme simplifiée issue de la méthode Karnaugh)

Q14 – Résolution d'un problème. On souhaite réaliser un circuit logique permettant d'indiquer si un mois comporte moins de 30 jours ou non. Ce circuit doit avoir en entrée le numéro du moi (je rappelle qu'on a 12 mois, le moi de janvier est codé par le numéro 0 et décembre par 11).

A – combien de variables allez-vous utiliser pour coder les mois ?

B – donnez la table de vérité de la sortie S (1 si le mois a plus de 30 jours 0 sinon)

C – Simplifier par la méthode Karnaugh la fonction S

D – Donnez le logigramme de S