Résumé Chapitre II

Formules d'Approximation

$$\text{Pour } q \ll 1 : f(q) \approx f(0) + qf'(0) + \frac{q^2}{2}f''(0) + \mathcal{O}\left[q^3\right].$$

$$\text{Pour } \delta \ll 1 : f(q_0 + \delta) \approx f(q_0) + \delta f'(q_0) + \frac{\delta^2}{2}f''(q_0) + \mathcal{O}\left[\delta^3\right].$$

Application: $\text{Pour } x \ll 1 : (1 \pm x)^n \approx 1 \pm nx. \qquad \sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2}x. \qquad \frac{1}{1 \pm x} \approx 1 \mp x.$

$$\text{Pour } \theta \ll 1 : \quad \sin\theta \approx \theta. \qquad \cos\theta \approx 1 - \theta^2/2.$$

$$\text{Pour } \varphi \ll 1 : \sin(\theta_0 + \varphi) \approx \sin\theta_0 + \varphi\cos\theta_0 - \left(\varphi^2/2\right)\sin\theta_0.$$

$$: \cos(\theta_0 + \varphi) \approx \cos\theta_0 - \varphi\sin\theta_0 - \left(\varphi^2/2\right)\cos\theta_0.$$

Energie Cinétique

Translation

$$T = \frac{1}{2}mv^2.$$

Rotation

$$T = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2.$$

Energie Potentielle

Ascension

$$U_{masse} = mgh.$$

Descente

$$U_{masse} = -mgh.$$

Compression ou dilatation

$$U_{ressort} = \frac{1}{2}kx^2.$$

Energie Mécanique (totale)

$E = T + U.$ *Système libre non amorti:* $\frac{dE}{dt} = 0.$

Condition d'Équilibre

$$\left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=q_0} = 0.$$

Equilibre stable

$$\left.\frac{\partial^2 U}{\partial q^2}\right|_{q=q_0} > 0.$$

(q *peut être*: $x, \theta, ...$)

Equilibre instable

$$\left.\frac{\partial^2 U}{\partial q^2}\right|_{q=q_0} < 0.$$

PFD (Principe Fondamental de la Dynamique)

$$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}.$$

TMC (Théorème du Moment Cinétique)

$$\sum \overrightarrow{\mathcal{M}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{L}. \qquad (\overrightarrow{L} = I\overrightarrow{\omega})$$

Lagrangien

$$\mathcal{L} = T - U.$$

Equation de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q} = 0.$$

N.B: Pour les circuits électriques c'est la loi des mailles qui est plus souvent utilisée que le Lagrangien