Résumé Chapitre III

Lagrangien et Fonction de Dissipation

$$\mathcal{L} = T - U. \qquad \mathcal{D} = \frac{1}{2}\alpha v^2.$$

Équation de Lagrange

Translation

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{x}}.$$

Rotation

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\theta}}.$$

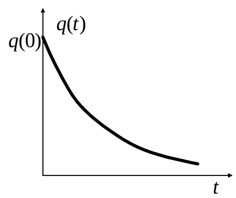
Équation du Mouvement

$$\ddot{q} + 2\lambda\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

Équation Horaire

- $\lambda^2 - \omega_0^2 > 0 : q(t) = e^{-\lambda t}(A_1 e^{-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}t} + A_2 e^{\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}t})$
- $\lambda^2 - \omega_0^2 = 0 : q(t) = e^{-\lambda t}\,(A_1 + A_2 t)$
- $\lambda^2 - \omega_0^2 < 0 : q(t) = Ae^{-\lambda t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}t + \phi)$

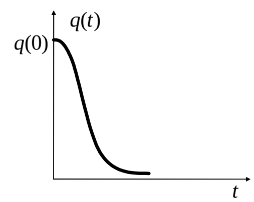
Graphes



$\lambda^2 - \omega_0^2 > 0.$

$e^{-\lambda t}(A_1 e^{-\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}t} + A_2 e^{\sqrt{\lambda^2-\omega_0^2}t})$

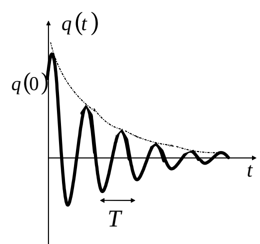
Régime apériodique



$\lambda^2 - \omega_0^2 = 0.$

$e^{-\lambda t}\,(A_1 + A_2 t)$

Régime critique



$\lambda^2 - \omega_0^2 < 0.$

$Ae^{-\lambda t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}t + \phi)$

Régime pseudo-périodique

Décrément Logarithmique

$$\delta = \ln\frac{Ae^{-\lambda t}}{Ae^{-\lambda(t+T)}} = \ln\frac{q\,(t)}{q\,(t+T)} = \frac{1}{n}\ln\frac{q\,(t)}{q\,(t+nT)} = \lambda T.$$

Facteur de Qualité

$$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda}.$$