

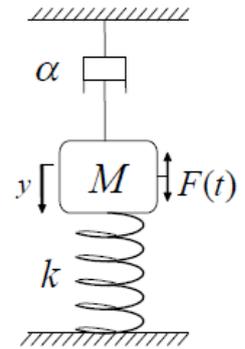
## SERIE DE TD N° 03

### EXERCICE 01

Une masse  $m$  suspendue par un ressort de raideur  $k$  et un amortisseur de coefficient de frottement  $\alpha$ , oscille verticalement sous l'effet d'une excitation  $F$  de la forme

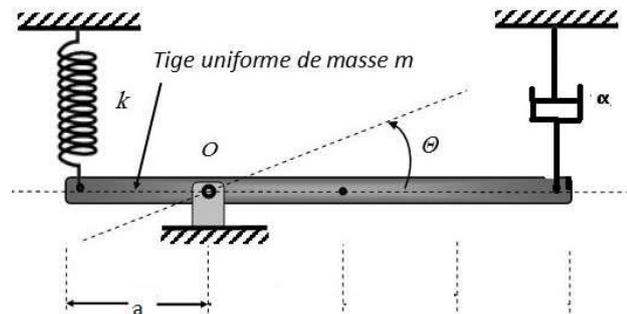
$$F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$$

1. Trouver l'énergie cinétique  $T$ , l'énergie potentielle  $U$ , et la fonction de dissipation  $D$ .
2. Dédire le Lagrangien puis l'équation du mouvement.
3. Trouver à l'aide de la représentation complexe, la solution permanente de l'équation du mouvement. (Préciser son amplitude  $A$  et sa phase  $\varphi$ ).
4. Déterminer la condition de résonance et la pulsation de résonance  $\Omega_R$ .
5. Déterminer la bande passante  $B$  pour un amortissement faible :  $\lambda \ll \omega_0$ .



### EXERCICE 02

Une tige rigide et homogène de masse  $M = 10$  kg et de longueur  $L = 4a$  ( $a = 0.25$ m) peut pivoter librement dans le plan vertical autour d'un axe passant par  $O$ . Ecartée de sa position d'équilibre ( $\theta=0$ ), la tige se met à osciller (Fig. ci-contre).



1. Trouver l'énergie cinétique du système.
2. Trouver l'énergie potentielle.
3. Trouver la fonction de dissipation  $D$
4. Etablir l'équation de mouvement.
5. On suppose qu'au bout de 4 périodes, l'amplitude initiale de vibration est divisée par dix. Si la période d'oscillations amortis est égale à 0,6 s, calculer la valeur du coefficient de frottement  $\alpha$ .
6. De ce qui précède déduire  $\omega_0$  ensuite calculer la constante de raideur  $k$  du ressort.

### EXERCICE SUPPLEMENTAIRE

Dans le système ci-contre, la boule est ponctuelle et la tige est de longueur total  $3l$  et de masse négligeable, avec  $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$ .

1. Trouver l'énergie cinétique  $T$ , l'énergie potentielle  $U$  et la fonction de dissipation  $D$ . ( $\theta \ll 1$ ).
2. Trouver le Lagrangien puis l'équation du mouvement.
3. Trouver, à l'aide de la représentation complexe, la solution permanente de l'équation du mouvement. (Préciser son amplitude  $A$  et sa phase  $\varphi$ ).
4. Dédire la pulsation de résonance  $\Omega_R$ .
5. Donner les pulsations de coupure  $\Omega_{c1}$ ,  $\Omega_{c2}$  et la bande passante  $B$  pour un amortissement faible :  $\lambda \ll \omega_0$ .
- 6- Calculer  $\Omega_R$ ,  $B$  et le facteur de qualité si  $m=1$  Kg,  $k=15$  N/m,  $l=0.5$  m,  $\alpha=0.5$  N.s/m,  $g=10$  m.s<sup>-2</sup>.

