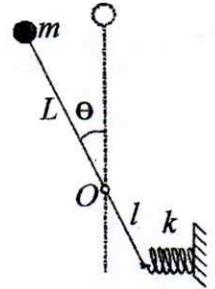


## Série 2 : Système Non Amorti et Système Amorti.

### Exercice 1. Système non amorti.

Une tige de longueur totale  $l+L$  et de masse négligeable, porte à son extrémité supérieure une masse ponctuelle  $m$ . L'autre bout de la tige est relié à un ressort de raideur  $k$ . Celui-ci n'était pas déformé à l'équilibre et supposé rester horizontal lors des petits mouvements. La tige peut tourner librement autour du point  $O$ . À l'équilibre la tige était verticale.

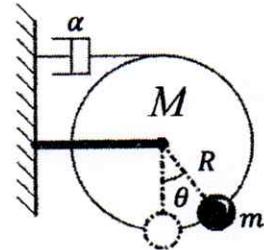
1. Trouver l'énergie potentielle  $U$  et l'énergie cinétique  $T$  du système si  $\theta \ll 1$ . ( $\sin\theta \approx \theta$  et  $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$ ).
2. Trouver l'équation du mouvement et la pulsation propre  $\omega_0$ , avec deux méthodes :
  - A. Avec l'équation de Lagrange.
  - B. Avec l'équation de conservation de l'énergie totale.
3. Trouver la condition d'oscillation du système.



### Exercice 2. Système amorti

Un disque de masse  $M$  et de rayon  $R$  (suspendu verticalement) peut tourner librement autour de son axe fixe. Une masse ponctuelle  $m$  est soudée à sa périphérie. L'ensemble des frottements est symbolisé par l'amortisseur de coefficient  $\alpha$ .

À l'équilibre la masse  $m$  était verticale (représentée en pointillée)



1. Trouver l'énergie cinétique  $T$ , l'énergie potentielle  $U$ , ainsi que la fonction de dissipation  $D$ . ( $\theta \ll 1$ )
2. Trouver le Lagrangien et déduire l'équation du mouvement.
3. Sachant que  $\alpha=20\text{N.s/m}$ ,  $M=m=1\text{kg}$ ,  $R=15\text{cm}$ ,  $g=10\text{m/s}^2$  : trouver la nature du mouvement.
4. En remplaçant  $\alpha$  par  $\acute{\alpha}$ , le système oscille mais son amplitude diminue au cours du temps. Trouver  $\acute{\alpha}$  si l'amplitude diminue à  $1/7$  de sa valeur après 2 oscillations complètes.