

Examen de Rattrapage D'Analyse 3

Exercice 1. (5pts)

Déterminer la nature des séries numériques suivantes :

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(n-1)^2}{3n^2+5}, \quad \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n^2+1)}, \quad \sum_{n \geq 0} \frac{n}{2^n}.$$

Exercice 2. (07.5pts)

Montrer que les séries numériques suivantes sont convergentes puis calculer leur somme.

$$1) \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}, \quad 2) \sum_{n \geq 0} \frac{3^{n+1}}{5^n}.$$

Exercice 3. (07.5pts)

Soit la suite de fonctions (f_n) définie par

$$f_n(x) = \frac{x}{1+e^{nx}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

1. Etudier la convergence simple de la suite de fonctions (f_n) sur \mathbb{R} .
2. Montrer que (f_n) converge uniformément sur \mathbb{R} .
3. (f'_n) est-elle uniformément convergente sur un intervalle $[-a, a]$, avec $a > 0$?

**** ★ ** Bon Courage Bon Courage ** ★ ****