

Interrogation écrite N° 2 (10Pts)

Un mobil M se déplace dans un repère $\mathcal{R}(Oxy)$, son vecteur position est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = (t - 1)\vec{i} + \frac{t^2}{2}\vec{j}$$

1. Représenter sur le repère cartésien $\mathcal{R}(Oxy)$ orthonormé de base (\vec{i}, \vec{j}) le vecteur de position \overrightarrow{OM} à $t_1=1s$ et à $t_2=2s$.
2. Trouver l'équation de la trajectoire du mobile M, puis déterminer sa nature (nature de la trajectoire).
3. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} (donner leurs modules).
4. Déterminer l'expression de l'accélération tangentielle a_t .
5. Trouver l'expression de l'accélération normale a_n .
6. Déduire le rayon de courbure ρ_c de la trajectoire en fonction du temps.

Réponses

Nom :/Prénom :/Groupe :

1- Représentation de vecteur \overrightarrow{OM} :

$$\overrightarrow{OM}(t = 1s) = \frac{1}{2}\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM}(t = 2s) = \vec{i} + 2\vec{j}$$

Représentation des vecteurs

2- L'équation de la trajectoire :

Le vecteur position:

$$\overrightarrow{OM} = \begin{cases} x = t - 1 & (1) \\ y = \frac{t^2}{2} & (2) \end{cases}$$

de (1): $t = x + 1$ on remplace dans (2) :

$$y = \frac{(x + 1)^2}{2}$$

La trajectoire est une parabole.

3- Les composantes des vecteurs vitesse et accélération, ainsi que leurs modules :

Vecteur vitesse :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \begin{cases} v_x = 1 \\ v_y = t \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = \vec{i} + t.\vec{j} \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{1+t^2}$$

Vecteur accélération:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \vec{j} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 1$$

4- L'accélération tangentielle :

$$a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

5- L'accélération normale :

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

6- Le rayon de courbure :

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = (1+t^2)^{3/2}$$