

Série de TD 1 du S2 du module Analyse complexe (2022)

Exercice 1:

Ecrivez les nombres complexes suivants sous la forme algébrique

$$\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7} \quad \text{et} \quad \frac{1+\alpha i}{2\alpha+(\alpha^2-1)i}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Exercice 2:

Montrer que

$$(|z| = 1 \quad \text{et} \quad z \neq 1) \Rightarrow i \left(\frac{z+1}{z-1} \right) \in \mathbb{R}.$$

Exercice 3:

Montrer que, pour tout $z \in \mathbb{C}^*$,

$$\overline{\left(\frac{1}{z} \right)} = \frac{1}{\bar{z}}.$$

Exercice 4:

Calculer les racines carrées des nombres complexes suivants

$$i, \quad 5 + 12i.$$

Exercice 5:

On considère la fonction f de \mathbb{C} dans \mathbb{C} définie par

$$\forall z \in \mathbb{C}, z \neq -i, \quad f(z) = \frac{z - 2}{z + i}.$$

Déterminer l'ensemble des points tels que $f(z) \in \mathbb{R}$ puis déterminer l'ensemble des points tels que $f(z) \in i\mathbb{R}$.

Exercice 6:

Résoudre l'équation

$$z^2 - z + 1 - i = 0.$$